

## Ćwiczenie 20

# Badanie właściwości magnetycznych ciał stałych

Filip A. Sala

## Spis treści

<b>1 Cel ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>2 Wstęp teoretyczny</b>	<b>2</b>
2.1 Zagadnienia z teorii atomu . . . . .	2
2.2 Magnetyzm . . . . .	3
2.2.1 Namagnesowanie i podatność magnetyczna . . . . .	3
2.2.2 Diamagnetyki . . . . .	4
2.2.3 Paramagnetyki . . . . .	5
2.2.4 Ferromagnetyki . . . . .	6
<b>3 Wykonanie ćwiczenia</b>	<b>8</b>
3.1 Układ pomiarowy . . . . .	8
3.2 Założenia eksperymentu . . . . .	8
<b>4 Opracowanie i analiza wyników</b>	<b>10</b>

## 1 Cel ćwiczenia

Celem tego ćwiczenia jest zapoznanie się z właściwościami magnetycznymi ciał stałych, w szczególności z takimi terminami jak diamagnetyk, paramagnetyk, ferromagnetyk oraz temperatura Curie. Część eksperymentalna ćwiczenia polega na wyznaczeniu temperatury Curie, czyli temperatury, w której następuje przejście ferromagnetyka w paramagnetyk.

## 2 Wstęp teoretyczny

Z magnetyzmem stykamy się bardzo często w życiu codziennym, chociażby w przypadku kompasów, dysków twardych czy silników elektrycznych. Mało kto jednak zdaje sobie sprawę, że przyczyną własności magnetycznych ciał stałych jest przepływ prądu, czyli ruch elektronów oraz ich wewnętrzna właściwość nazywana spinem. Jednocześnie należy zwrócić uwagę, iż nie istnieją ładunki magnetyczne. Magnes przełamany na dwie części da nam dwa nowe magnesy, nie zaś rozdzielone bieguny magnetyczne.

Przed rozpoczęciem omawiania własności magnetycznych należy zrobić krótkie przypomnienie, bądź wręcz zapoznać czytelnika z podstawowymi zagadnieniami teorii atomu. Magnetyzm bowiem jest nierozdzielnie połączony z mechaniką kwantową.

### 2.1 Zagadnienia z teorii atomu

Atom składa się z jądra atomowego oraz krążących po orbitach wokół niego elektronów. Każdy taki elektron posiada orbitalny moment pędu  $\vec{L}_{orb}$ , którego istnienie wynika z ruchu elektronu wokół jądra. Z momentem orbitalnym związany jest tak zwany orbitalny moment magnetyczny  $\vec{\mu}_{orb}$ .

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m}\vec{L}_{orb} \quad (2.1)$$

gdzie  $e$  - ładunek elementarny elektronu,  $m$  - masa elektronu

Dodatkowo elektron posiada spin  $\vec{L}_s$ . Spin należy traktować jako pewną cechę, właściwość elektronu. Nie należy go łączyć z jakimkolwiek ruchem. Ze spinem związany jest tzw. spinowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}_s$ .

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{L}_s \quad (2.2)$$

Należy zwrócić szczególną uwagę na fakt, iż momenty magnetyczne (zarówno orbitalne jak i spinowe) są wektorami. Oznacza to, że przy ich sumowaniu istotna jest nie tylko wartość,

ale także kierunek. Dla każdego atomu możemy wprowadzić tzw. wypadkowy moment magnetyczny  $\vec{\mu}_A$  będący sumą wszystkich orbitalnych oraz spinowych momentów magnetycznych pochodzących od wszystkich elektronów w atomie.

$$\vec{\mu}_A = \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{orb}^{(i)} + \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_s^{(i)} \quad (2.3)$$

## 2.2 Magnetyzm

W zależności od tego w jaki sposób substancja reaguje na przyłożenie zewnętrznego pola magnetycznego  $\vec{B}$  w ogólności wyróżniamy:

- diamagnetyki
- paramagnetyki
- ferromagnetyki

Dodatkowo możemy jeszcze mówić o anty-ferromagnetykach oraz ferrimagnetykach.

### 2.2.1 Namagnesowanie i podatność magnetyczna

Do opisu stopnia w jakim próbka wykazuje zdolności magnetyczne wprowadza się wielkość zwaną **namagnesowaniem** lub **magnetyzacją** i oznacza  $\vec{M}$ . Wielkość tę można zdefiniować jako sumę momentów magnetycznych pochodzących od wszystkich elementów (np. atomów) podzieloną przez objętość w jakiej te elementy się znajdują.

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_A^{(i)}; \quad (2.4)$$

gdzie  $V$  - objętość

Istotną wielkością jest także (objętościowa) **podatność magnetyczna**, która z magnetyzacją powiązana jest w następujący sposób

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (2.5)$$

gdzie  $\vec{H}$  - wektor natężenie pola magnetycznego.

Jednocześnie indukcję pola magnetycznego można zapisać jako:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.6)$$

gdzie  $\mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} \text{ VsA/m}$  - przenikalność magnetyczna próżni.

Podstawiając (2.5) do równania (2.6) otrzymujemy

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} \quad (2.7)$$

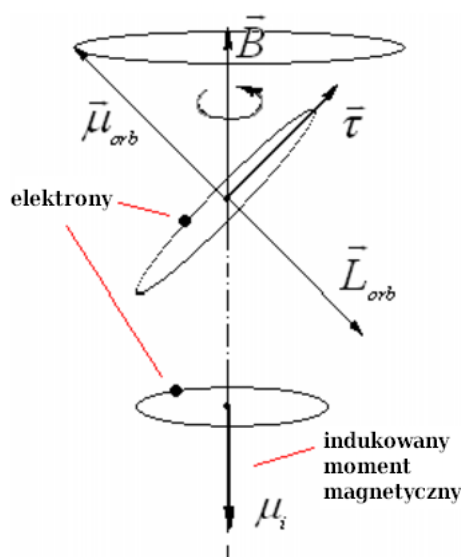
### 2.2.2 Diamagnetyki

W diamagnetykach wypadkowy moment magnetyczny atomu  $\vec{\mu}_A$  jest zerowy. Zatem przy braku zewnętrznego pola magnetycznego diamagnetyki nie wykazują namagnesowania  $\vec{M} = 0$ . Jeżeli jednak próbka umieszczona zostanie w zewnętrznym polu magnetycznym  $\vec{B}$  to w efekcie indukowany zostanie moment magnetyczny skierowany przeciwnie do kierunku zewnętrznego pola magnetycznego. Dzieje się tak dlatego, że na elektron działa moment siły  $\vec{\tau}$  (rys. 1), który wymusza ustawienie się orbitalnego momentu magnetycznego wzdłuż kierunku zewnętrznego pola magnetycznego. Oś orbity elektronu zaczyna ulegać precesji z tzw. częstością Larmora (prędkość kątową):

$$\vec{\omega} = \frac{e}{2m} \cdot \vec{B} \quad (2.8)$$

Zmienia się zatem także kierunek orbitalnego momentu pędu  $\vec{L}_{orb}$  oraz orbitalnego momentu magnetycznego  $\vec{\mu}_{orb}$ . Powstaje zatem wypadkowy orbitalny moment pędu, a co za tym idzie również nowy indukowany orbitalny moment magnetyczny  $\vec{\mu}_i$  skierowany przeciwnie do kierunku pola magnetycznego. W efekcie zewnętrzne pole magnetyczne jest **osłabiane** przez diamagnetyki. Diamagnetyzm (czyli osłabianie zewnętrznego pola magnetycznego) jest zjawiskiem obecnym również w paramagnetykach i ferromagnetykach jednak nie ma on znaczącego wpływu na właściwości magnetyczne tych substancji.

Podatność  $\chi$  diamagnetyków jest ujemna i wynosi od  $-10^{-4}$  do  $-10^{-6}$ . Do diamagnetyków zaliczamy m. in. gazy szlachetne, wodę, miedź, złoto, bizmut, DNA.



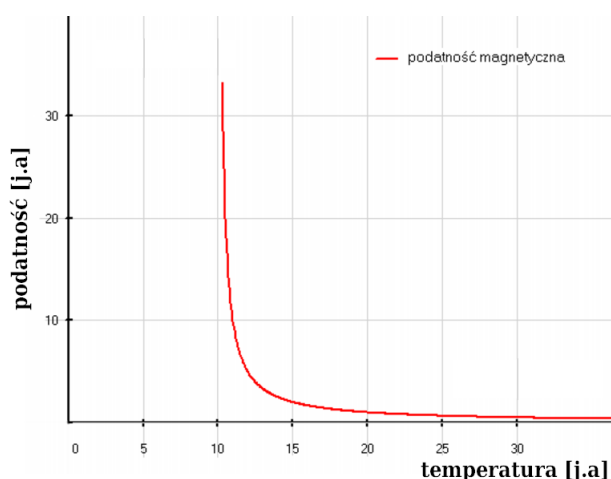
Rysunek 1: Precesja Larmora

### 2.2.3 Paramagnetyki

W przypadku paramagnetyków wypadkowy moment magnetyczny jest praktycznie zerowy, pomimo iż momenty magnetyczne atomów są różne od zera  $\vec{\mu}_A \neq 0$ . Wynika to z faktu, iż kierunki momentów magnetycznych poszczególnych atomów są przypadkowe. Zatem, przy braku zewnętrznego pola paramagnetyki również nie wykazują namagnesowania  $\vec{M} = 0$ . Jeżeli jednak próbka zostanie umieszczona w zewnętrznym polu magnetycznym to momenty magnetyczne atomów zaczną ustawiać się wzdłuż kierunku pola  $\vec{B}$ . Procesowi temu przeciwdziałają będą ruchy termiczne dążące do ustawienia momentów magnetycznych w sposób równomierny w każdym kierunku. Namagnesowanie zatem będzie malało wraz ze wzrostem temperatury oraz rośnie wraz ze wzrostem natężenia pola  $\vec{B}$ . Podatność paramagnetyków opisuje tzw. prawo Curie-Weissa.

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (2.9)$$

gdzie  $C$  - stała,  $T$  - temperatura,  $T_c$  - temperatura Curie



Rysunek 2: Prawo Curie-Weissa

Dla dużych temperatur  $T \gg T_c$  prawo Curie-Weissa przechodzi w prawo Curie

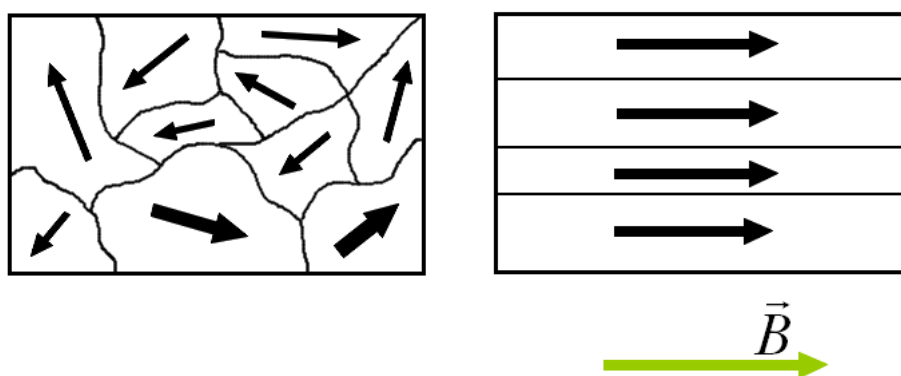
$$\chi = \frac{C}{T} \quad (2.10)$$

Z powyższych wzorów (2.9)(2.10) jak i wykresu widać, że dla temperatury bliskiej temperaturze Curie ( $T \approx T_c$ ) oba te prawa przestają działać, gdyż podatność magnetyczna rozbiega się do nieskończoności. Temperatura Curie jest temperaturą przejścia substancji z fazy ferromagnetycznej ( $T < T_c$ ) do fazy paramagnetycznej ( $T > T_c$ ). Na koniec należy podkreślić iż paramagnetyki wykazują namagnesowanie tylko w obecności zewnętrznego pola magnetycznego.

Po usunięciu pola nie wykazują namagnesowania. Podatność magnetyczna paramagnetyków przeważnie mieści się w granicach  $10^{-5}$  do  $10^{-3}$ . Paramagnetykami są m. in. wolne atomy sodu, tlenek azotu  $NO$ , tlen  $O_2$ .

### 2.2.4 Ferromagnetyki

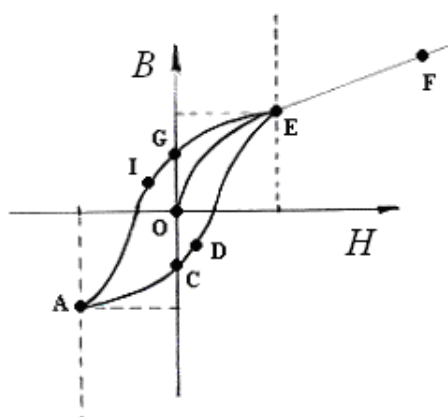
W przypadku ferromagnetyków sytuacja jest nieco bardziej skomplikowana. Wewnątrz tworzą się pewne niewielkie obszary, wielkości  $1 - 10\mu m$ , w których zachodzi uporządkowanie momentów magnetycznych. Obszary te nazywane są **domenami magnetycznymi**. W przypadku gdy próbka nigdy wcześniej nie była umieszczana w polu magnetycznym, domeny rozmieszczone są losowo, a co za tym idzie ferromagnetyk nie wykazuje namagnesowania  $\vec{M} = 0$ . Wystarczy jednak umieścić próbkę w polu magnetycznym, aby całe domeny zaczęły się porządkować, a próbka wykazywać namagnesowanie  $\vec{M} \neq 0$ .



Rysunek 3: Nieuporządkowane domeny magnetyczne (po lewej) oraz uporządkowane domeny po przyłożeniu zewnętrznego pola magnetycznego (po prawej)

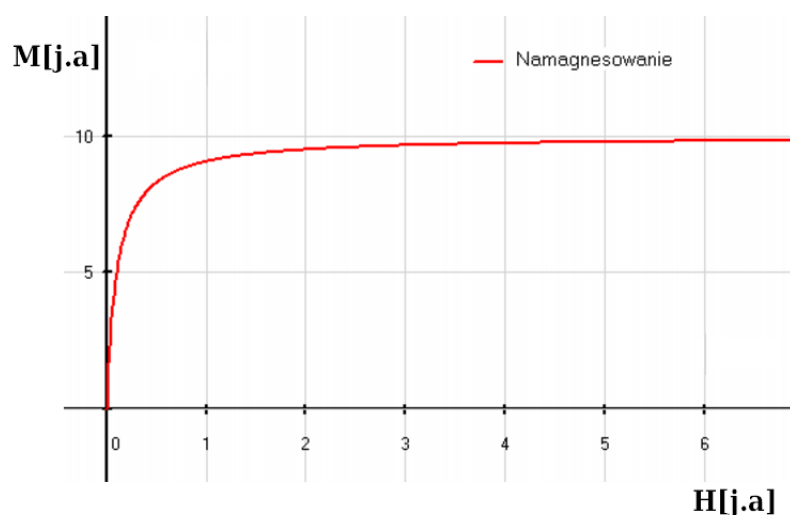
Po usunięciu pola magnetycznego domeny nie powracają do poprzedniego położenia, a całe ciało wykazuje namagnesowanie. Dlatego też w opisie ferromagnetyków bardzo istotna jest historia próbki. Charakter zamian indukcji magnetycznej w funkcji natężenia pola magnetycznego opisuje krzywa histerezy (rys. 4). Gdy próbka nie jest namagnesowana  $M = 0$ , nie ma żadnej historii i nie jest przyłożone żadne pole magnetyczne  $B = 0$ , to natężenie  $H = 0$  (punkt O). Wraz ze wzrostem natężenia pola magnetycznego następuje nasycenie namagnesowania  $\vec{M}$  (rys. 5). Stąd też, dla dużych natężeń pola równanie (2.6) można zapisać jako:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + const. \quad (2.11)$$



Rysunek 4: Krzywa histerezy

Indukcja magnetyczna rośnie wtedy proporcjonalnie do natężenia pola magnetycznego (odcinek EF).



Rysunek 5: Wykres obrazujący nasycanie się namagnesowania

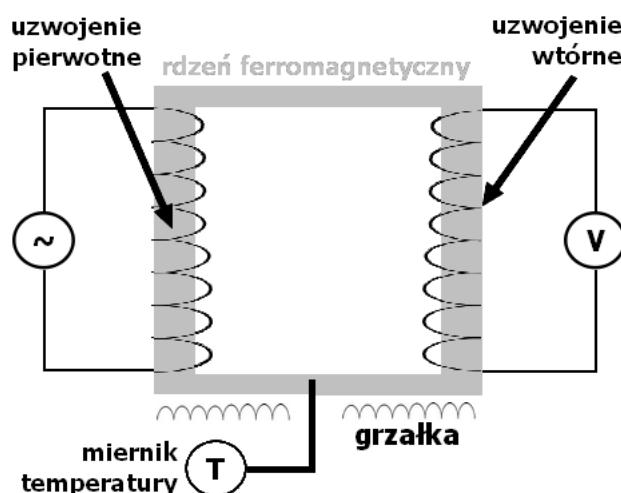
Jeżeli zaczniemy zmniejszać natężenie pola magnetycznego to dochodzimy do punktu, w którym nie ma natężenia zewnętrznego pola magnetycznego, ale indukcja magnetyczna, a zatem i namagnesowanie są różne od zera (punkt G). Zmniejszając jeszcze bardziej natężenie pola znowu następuje nasycenie namagnesowania (punkt A). Zwiększając ponownie natężenie pola trafiamy na krzywą ACDE czyli na drugą gałąź pętli histerezy. Gdy podczas cyklu dochodzi do nasycenia próbki mówimy o **maksymalnej pętli histerezy**, w przeciwnym wypadku mówimy o **cyklu cząstkowym**.

Podatność magnetyczna ferromagnetyków jest rzędu  $10^4$ . Najbardziej znanymi ferromagnetykami są: żelazo, kobalt, nikiel.

## 3 Wykonanie ćwiczenia

### 3.1 Układ pomiarowy

W skład układu pomiarowego wchodzi źródło prądu zmiennego doprowadzające sygnał do transformatora, miernik temperatury podłączony do badanej próbki ferromagnetyka (czyli do rdzenia transformatora), woltomierz oraz grzałka. Cała aparatura sterowana jest za pomocą



Rysunek 6: Schemat układu pomiarowego

komputera. Eksperyment polega na pomiarze napięcia na uzwojeniu wtórnym transformatora w funkcji temperatury. Dokonuje się dwóch serii pomiarów:

- podczas ogrzewania próbki, aż do osiągnięcia temperatury Curie i nieco ponad tę temperaturę
- oraz podczas chłodzenia próbki

### 3.2 Założenia eksperymentu

Przeanalizujmy teraz założenia naszego eksperymentu. Przez uzwojenie pierwotne transformatora płynie prąd zmienny, który indukuje zmienne pole magnetyczne. W efekcie w uzwojeniu wtórnym pojawia się wyindukowany prąd, którego siła elektromotoryczna (SEM) jest opisana prawem Faradaya:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3.1)$$

Ponieważ w uzwojeniu jest  $N$  zwojów, zatem SEM będzie opisana wzorem

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \quad (3.2)$$



Jednocześnie strumień pola magnetycznego jest równy

$$\phi = \vec{B}\vec{S} = BS \cos(\angle(\vec{B}; \vec{S})) = BS \quad (3.3)$$

Podstawiając (3.3) oraz (2.7) do równania (3.2) otrzymujemy

$$\varepsilon = -N \frac{\partial(BS)}{\partial t} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon = -NS \frac{\partial(\mu_0(1 + \chi)H)}{\partial t} \quad (3.5)$$

Przekształcając równanie otrzymujemy:

$$\varepsilon = -NS\mu_0 \cdot \frac{\partial((1/\chi + 1)H)}{\partial t} \cdot \chi \quad (3.6)$$

Dla  $\chi \gg 1$  otrzymujemy

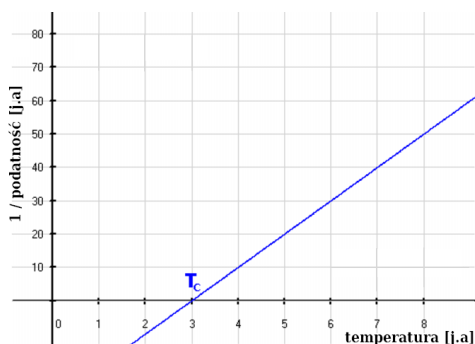
$$\varepsilon = A \cdot \chi \quad (3.7)$$

gdzie  $A = -NS\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$ .

Widać zatem, że mierzone napięcie jest proporcjonalne do podatności magnetycznej  $\chi$ . Do wyznaczenia temperatury Curie wygodnie jest przekształcić wzór (2.9) do postaci

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{C} \cdot T - \frac{T_c}{C} \quad (3.8)$$

Wykres powyższej funkcji jest zatem liniowy, współczynnik kierunkowy prostej odpowiada odwrotności stałej  $C$  natomiast przesunięcie wykresu jest równe  $\frac{T_c}{C}$ . Miejsce zerowe takiej funkcji przypada na punkt  $T = T_c$ . Mając zatem wykres odwrotności podatności bardzo łatwo odczytać temperaturę Curie.



Rysunek 7: Prawo Curie-Weissa

## 4 Opracowanie i analiza wyników

Na samym początku należy wyrysować wykres zależności odwrotności podatności magnetycznej ( $\frac{1}{\chi}$ ) od temperatury ( $T$ ) zakładając, że  $U \propto \chi$  (patrz rysunek 7). Na wykresie należy zaznaczyć pola błędów. W dalszej analizie należy wykorzystać jedynie te punkty pomiarowe, które układają się w linię prostą. Odpowiadają one fazie paramagnetycznej i jedynie do tych punktów mogą być stosowane prawa Curie oraz Curie-Weissa. Na podstawie równania (3.8) możemy zapisać:

$$\frac{1}{U} = a \cdot T + b \quad (4.1)$$

gdzie  $a = \frac{1}{C}$     $b = -\frac{T_c}{C}$

Do wyznaczenia współczynników  $a$  i  $b$  oraz niepewności  $\Delta a$  oraz  $\Delta b$  z równania (4.1) należy użyć metody najmniejszych kwadratów (inaczej regresji liniowej). Temperatura Curie jest równa:

$$T_c = -\frac{b}{a} \quad (4.2)$$

natomiast niepewność przypadkową temperatury Curie wyznaczyć można na podstawie prawa przenoszenia niepewności:

$$\sigma_c = \sqrt{\left(\frac{\partial T_c}{\partial a}\right)^2 \cdot \Delta a^2 + \left(\frac{\partial T_c}{\partial b}\right)^2 \cdot \Delta b^2} \quad (4.3)$$

Ponieważ pomiarów dokonujemy dla dwóch serii, podgrzewania oraz chłodzenia próbki, otrzymamy dwie wartości temperatury Curie  $T_1$  i  $T_2$  (z równania 4.2) oraz dwie niepewności przypadkowe  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  (z równania 4.3). W rzeczywistości istnieje **tylko jedna** wartość temperatury Curie. Wyznaczone temperatury różnią się od siebie z uwagi na histerezę temperaturową wynikającą z bezwładności temperaturowej próbki. Absolutnie nie należy histerezy temperaturowej mylić z histerezą magnetyczną pokazaną na rysunku 4. Są to dwa **zupełnie różne zjawiska!** Aby wyznaczyć wartość temperatury Curie należy skorzystać ze wzoru na średnią ważoną w postaci:

$$\bar{T}_c = \frac{\frac{T_1}{\sigma_1^2} + \frac{T_2}{\sigma_2^2}}{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}} \quad (4.4)$$

Następnie należy wyznaczyć średnią niepewność przypadkową:

$$\frac{1}{\bar{\sigma}_c^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \quad (4.5)$$

Jako niepewność systematyczną należy przyjąć:

$$\Delta T_c = \frac{|T_2 - T_1|}{2} \quad (4.6)$$

Niepewność uogólnioną na poziomie ufności  $p$  należy wyznaczyć ze wzoru:

$$U_p = K_p \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_c^2 + \frac{\Delta T_c^2}{3}} \quad (4.7)$$

gdzie dla poziomu ufności  $p = 0,95$  współczynnik poszerzenia wynosi  $K_{0,95} \approx 2$ . Konieczne jest również podanie wartości końcowej w postaci:  $\bar{T}_c \pm U_p$ .

**Powyższa analiza niepewności stanowi jedynie propozycję i może zostać dowolnie zmieniona przez prowadzącego zajęcia.**

## Literatura

- [1] I. W. Sawieliew, *Wykłady z fizyki tom 2*, Wydawnictwo Naukowe PWN SA (1998)
- [2] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*, Prentice Hall (1999)
- [3] C. Kittel, *Introduction to solid state physics*, John Wiley & Sons, Inc. (1996)
- [4] H. Szydłowski, *Pracowania fizyczna wspomagana komputerem*, Wydawnictwo Naukowe PWN SA (2003)