

Elementy fizyki statystycznej

Ćw. nr 3. Zliczanie mikrostanów i makrostanów

1. W jaki sposób liczba mikrostanów monoatomowego klasycznego gazu doskonałego o N atomach zależy od jego energii wewnętrznej E .

Wskazówka: Na początek zastanów się, w jaki sposób liczba mikrostanów pojedynczej cząstki swobodnej zależy od jej energii.

Odpowiedź: W przypadku pojedynczej cząstki mamy: $|\Gamma_E| \sim \sqrt{E}$, a w przypadku gazu składającego się z N cząsteczek: $|\Gamma_E| \sim E^{3N/2-1}$.

2. W najprostszym modelu paramagnetyka zakłada się, że momenty magnetyczne nie oddziałują ze sobą i mogą przyjmować tylko dwa kierunki: zgodny z zewnętrznym polem magnetycznym i przeciwny do pola, tzn. $\mu_i = \mu_0 s_i$, gdzie $s_i = \pm 1$. Ile wynosi liczba mikrostanów paramagnetyka jeśli wiemy, że w układzie jest N momentów magnetycznych, a magnetyzacja układu w jednostkach μ_0 , wynosi M ?

Wskazówka: $M = \sum_{i=1}^N \mu_i$.

Odpowiedź: $\mathcal{W} = \binom{N}{N_+}$, gdzie $N_+ = \frac{N}{2} + \frac{M}{2\mu_0}$.

3. Rozważ układ o stałej energii E oraz o stałej liczbie cząstek N . Oblicz liczbę możliwych mikrostanów $\mathcal{W}$ tego układu. Załóż, że energia układu jest liczbą naturalną i jest skwantowana $\Delta E = 1$. Nie nakładaj żadnych ograniczeń na energię pojedynczej cząstki oraz potraktuj cząstki jako rozróżnialne.

Odpowiedź: $\mathcal{W} = \binom{N-1+E}{E}$.

4. Ile wynosi liczba mikrostanów układu rozważanego w poprzednim zadaniu jeśli żadna cząstka nie ma energii równej zero?

Odpowiedź: $\mathcal{W} = \binom{E-1}{N-1}$.

5. Rozważ układy N niezależnych cząstek

- klasycznych,
- kwantowych o spinie całkowitym (tj. bozonów),
- kwantowych o spinie połówkowym (tj. fermionów).

Zakładając, że pojedyncza cząstka może przebywać w R stanach jedno-cząstkowych, oblicz, ile wynosi liczba mikrostanów każdego z wymienionych układów.

Wskazówki:

- Zadanie to można sprowadzić do kombinatorycznego problemu rozmieszczenia kul w pudełkach. Cząstki klasyczne należy traktować jako rozróżnialne, natomiast kwantowe jako nierozróżnialne.
- Fermiony (np. elektrony) są cząstkami kwantowymi, które spełniają zakaz Pauliego, mówiący o tym, że w jednym stanie kwantowym może przebywać co najwyżej jeden fermion. Bozony (np. fotony) nie spełniają tego zakazu.

Odpowiedź: i. $\mathcal{W} = R^N$, ii. $\mathcal{W} = \binom{R-1+N}{N}$, iii. $\mathcal{W} = \binom{R}{N}$.