

Elementy fizyki statystycznej

Ćwiczenia nr 5.

Dyskretne i ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa

14 listopada 2016

1. Wyznacz średnią i odchylenie standardowe rozkładu dwumianowego,

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad \text{gdzie} \quad q = 1 - p,$$

opisującego liczbę sukcesów w n próbach Bernoulliego, gdy prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczej próbie wynosi p .

Odpowiedź: wartość średnia: $\langle k \rangle = np$, kwadrat odchylenia standardowego: $\sigma_k^2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = npq$.

2. Sprawdź, czy rozkład Poissona,

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!},$$

jest unormowany. Wyznacz wartość oczekiwaną i wariancję tego rozkładu.

Odpowiedź: $\langle k \rangle = \lambda$, $\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = \lambda$.

3. Wyznacz wartość parametru c , dla której rozkład jednostajny ciągły,

$$p(x) = \begin{cases} c & \text{dla } a \leq x < b \\ 0 & \text{dla } x < a \text{ lub } x \geq b \end{cases},$$

jest unormowany. Wyznacz wartość oczekiwaną i wariancję tego rozkładu.

Odpowiedź: $c = \frac{1}{b-a}$, $\langle x \rangle = \frac{a+b}{2}$, $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$.

4. Sprawdź, czy rozkład wykładniczy

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}.$$

jest unormowany. Wyznacz wartość średnią i wariancję tego rozkładu.

Odpowiedź: $\langle x \rangle = \frac{1}{\lambda}$, $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \frac{1}{\lambda^2}$.