

Elektryczne własności ciał stałych

Do sklasyfikowania różnych materiałów ze względu na ich własności elektryczne trzeba zdefiniować kilka wielkości

Oporność właściwa
(albo przewodność)

$$\rho = 1/\sigma$$
$$\sigma = q n v_d$$

[$\Omega \text{ m}$]
[$\Omega^{-1} \text{ m}^{-1} = \text{S/m}$]

ładunek [C] koncentracja nośników [m^{-3}] ruchliwość nośników [$\text{m}^2/(\text{Vs})$]

Temperaturowy współczynnik oporności

(jak zmienia się oporność w funkcji temperatury)

$$\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT) \quad [\text{K}^{-1}]$$

Biorąc pod uwagę te własności możemy dokonać podziału materiałów na :
izolatory, metale, półprzewodniki

Elektryczne własności ciał stałych

Izolatory (w temperaturze pokojowej) – w praktyce - nie przewodzą prądu elektrycznego. Ich oporność jest b. duża. Np. diament ma oporność większą od miedzi 10^{24} razy

Metale i półprzewodniki mają bardziej subtelne różnice między sobą:
półprzewodniki mają większą oporność niż metale
w półprzewodnikach oporność **maleje** wraz z temperaturą, w metalach oporność **rośnie** wraz z temperaturą
półprzewodniki mają dużo mniejszą koncentrację nośników ładunku niż metale

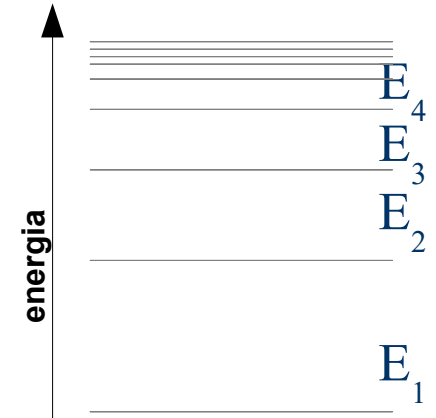
własność	jednostka	Miedź (Cu)	Krzem (Si)
		metal	półprzewodnik
oporność	$\Omega \text{ m}$	2×10^{-8}	3×10^3
temp. współ. oporności	K^{-1}	$+4 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}
koncentracja nośników	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}

Poziomy energetyczne elektronów w kryształach – model pasmowy

Poziomy energetyczne w atomach izolowanych

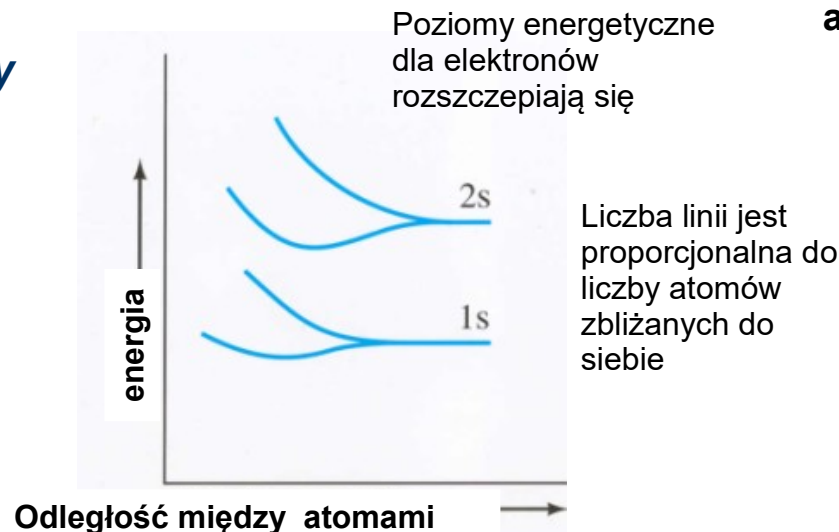
Elektron w atomie wodoru przyjmuje tylko dyskretne wartości energii zależne od liczby kwantowej n

W atomie wielo-elektronowym z uwagi na „sąsiedzką obecność” innych elektronów energia elektronu jest kantowana, ale zależy od dwóch liczb kwantowych n i l – widzimy to jako efekt „rozszczipiania się” poziomów energetycznych.



(sytuacja gdy mamy jeden atom wielo-elektronowy)

Poziomy energetyczne elektronów, gdy zbliżamy dwa atomy do siebie

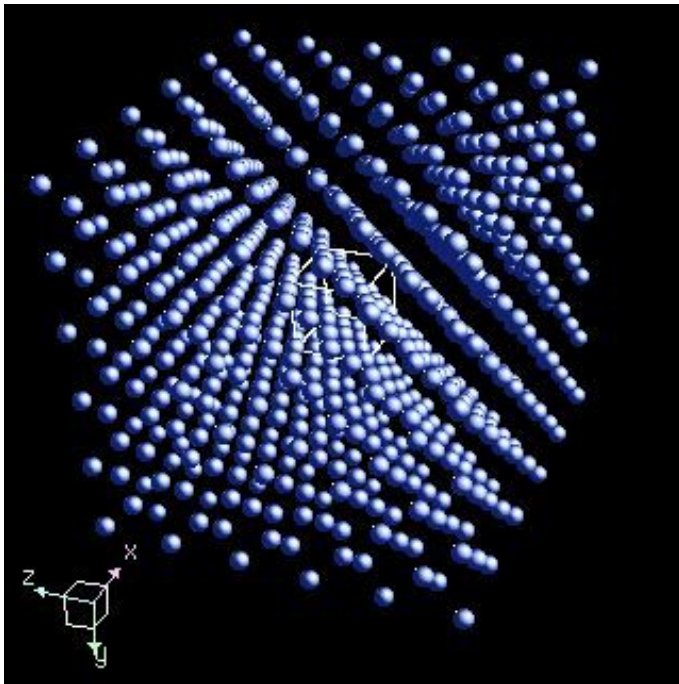


(sytuacja gdy zbliżamy dwa atomy do siebie)

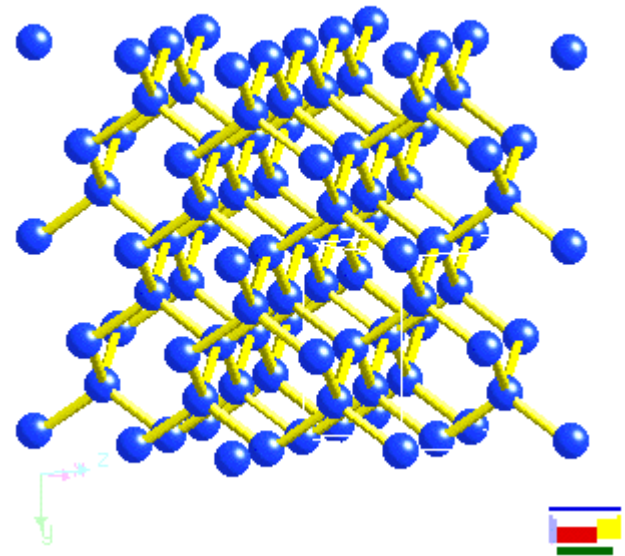
Kryształy Cu i Si

Kryształy - ciała stałe, których atomy są uporządkowane w trójwymiarowej strukturę zwaną siecią krystaliczną.

Pomiędzy atomami dochodzi do oddziaływań, które tworzą wiązania pomiędzy nimi.



Cu



Si

Teoria pasmowa ciał stałych

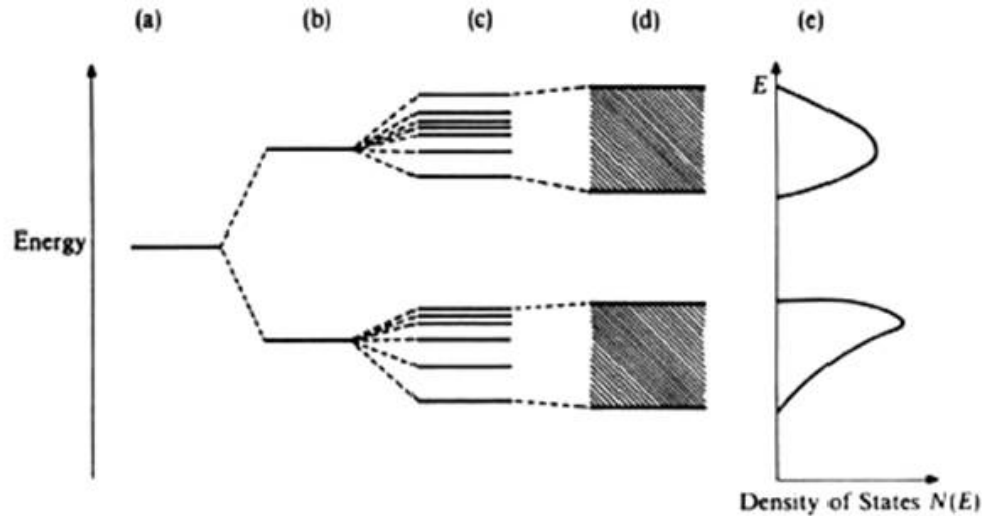
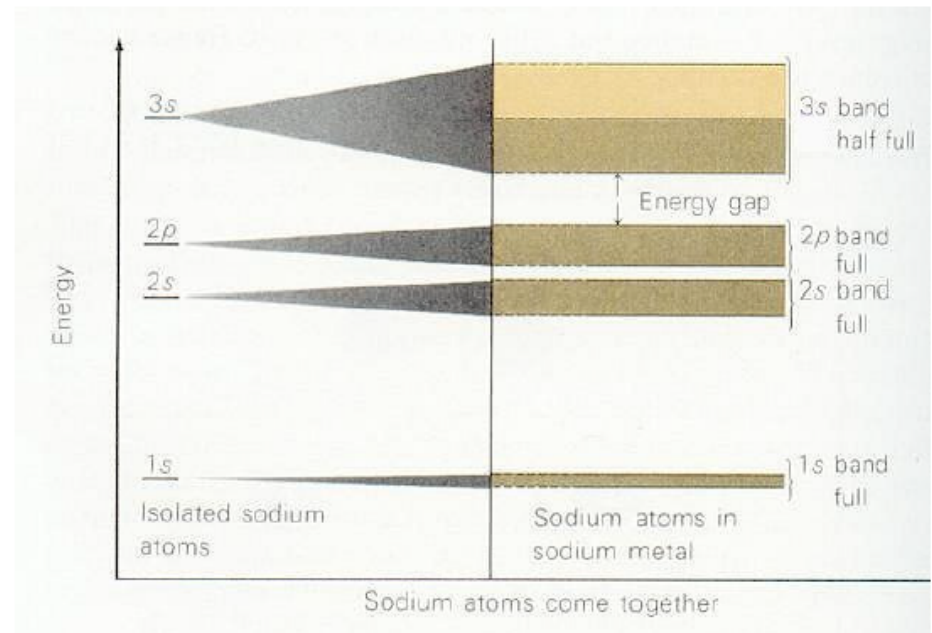
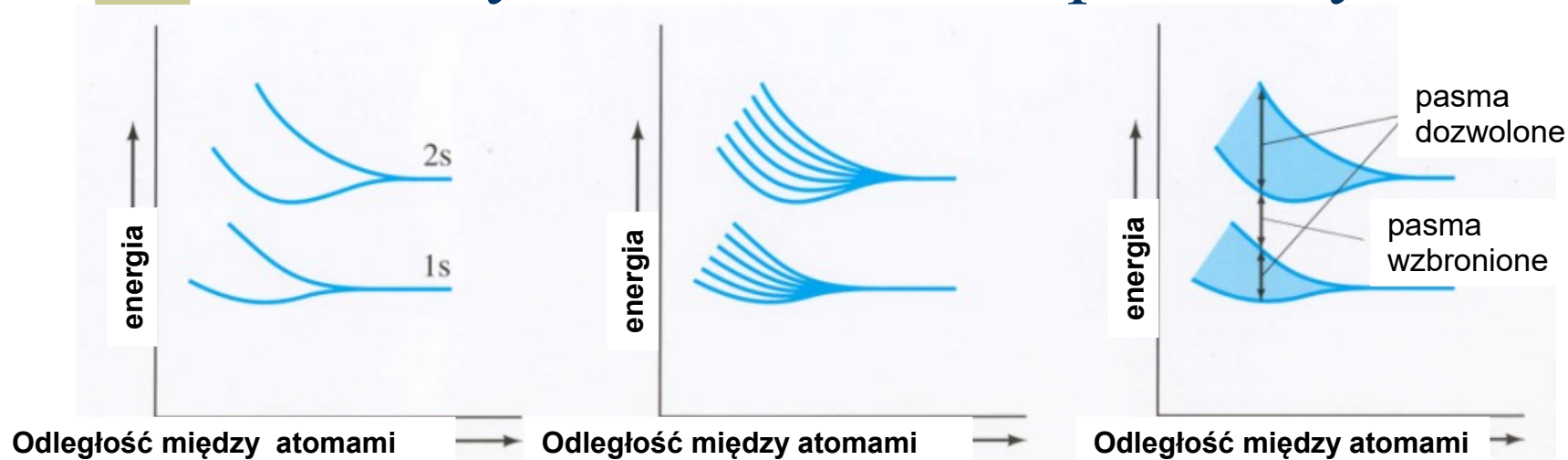


Fig. 1.7 Orbital energies of (a) atom, (b) small molecule, (c) large molecule, (d) solid, and (e) density of states corresponding to (d).

Poziomy elektronowe atomów w cząsteczkach ulegają rozszczepieniu. W kryształach zjawisko to prowadzi do wytworzenia się pasm.



Poziomy energetyczne elektronów w kryształach – model pasmowy



Jak wyglądają poziomy energetyczne elektronów w kryształach?

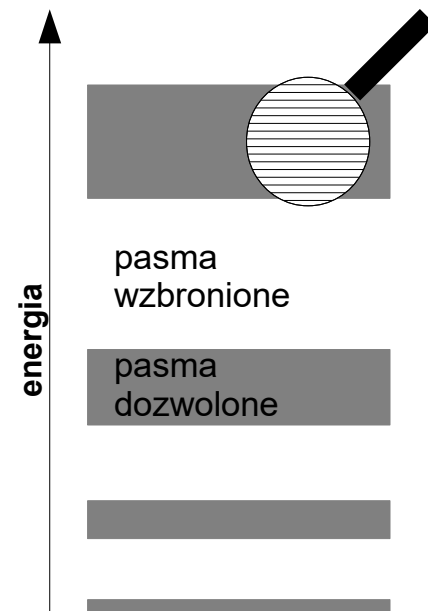
atomy są blisko siebie, oddziałują na siebie, funkcje falowe elektronów przekładają się wzajemnie

obowiązuje zakaz Pauliego dla elektronów, (nie mogą one być w tych samych stanach kwantowych), musi więc dojść do zmian w sposobie rozłożenia energii elektronów

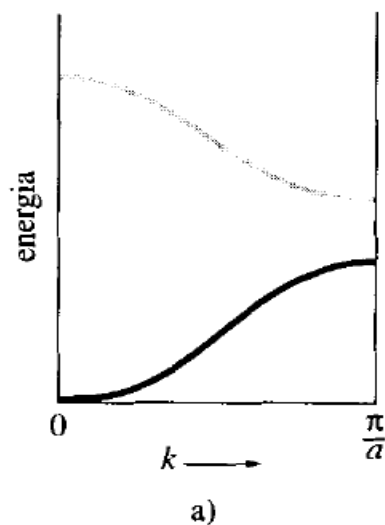
okazuje się że poziomy energetyczne ulegają dalszemu rozszczepianiu się

poziomów tych energetycznych jest bardzo dużo - odległości między nimi są jednak bardzo małe - tworzą więc one **pasma dozwolone** dla elektronów. (Ilość poziomów w jednym paśmie jest równa ilości atomów w kryształach)

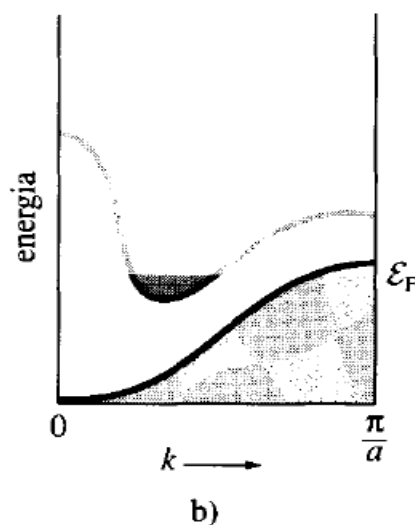
między pasmami są jednak wartości energii zabronione dla elektronów w kryształach – są tzw. **pasma wzbronione**



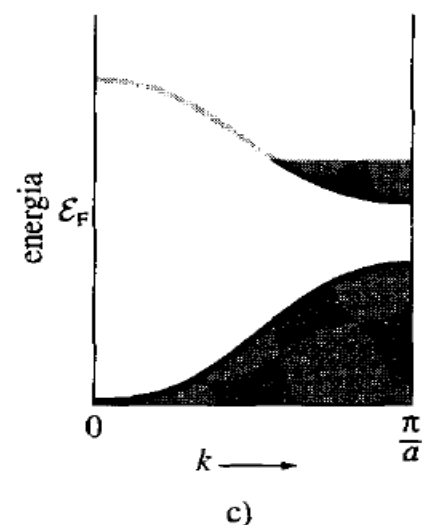
Struktura pasmowa i stany obsadzone



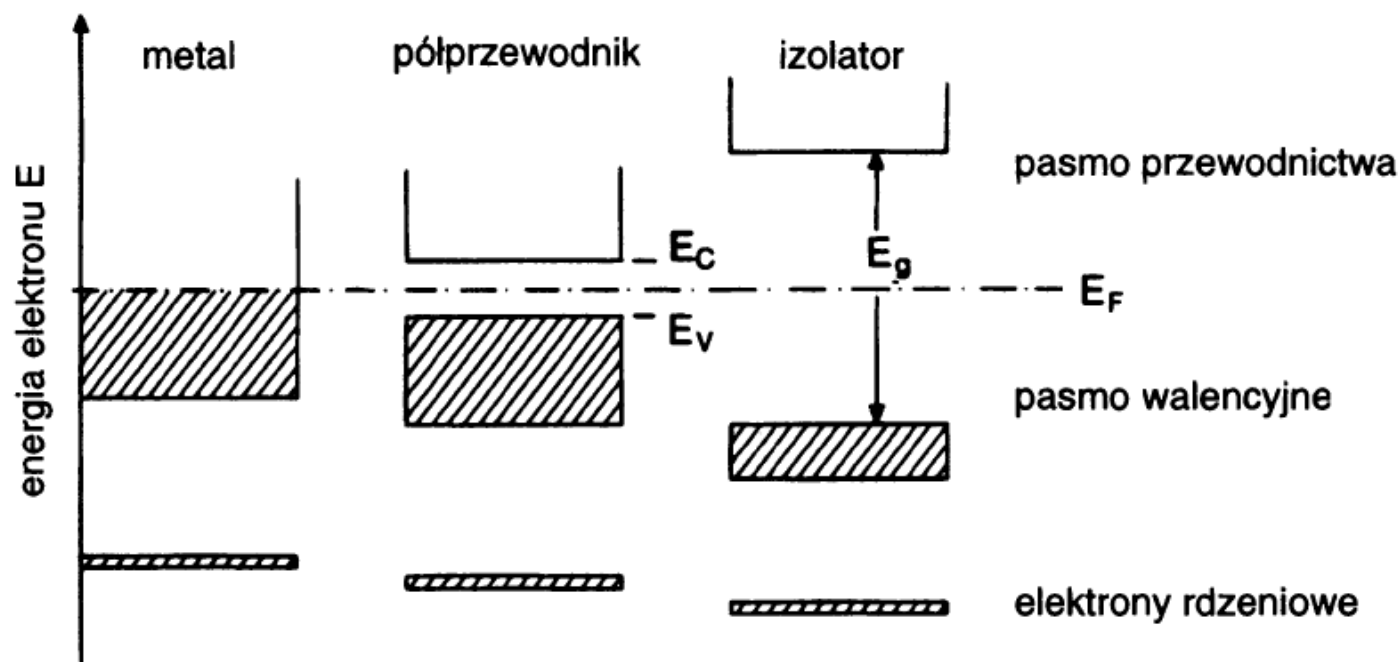
Izolator
pasmo walencyjne
całkowicie wypełnione



Metal (półmetal)
przekrywanie się
pasm



Metal
pasmo walencyjne
częściowo wypełnione



Rys. 12.1. Schemat poziomów energetycznych w metalu, półprzewodniku i izolatorze. Metale mają częściowo wypełnione pasmo (zakreskowane) nawet w temperaturze $T = 0$ K. W półprzewodnikach i izolatorach poziom Fermiego leży pomiędzy wypełnionym pasmem walencyjnym i pustym pasmem przewodnictwa

Izolatory

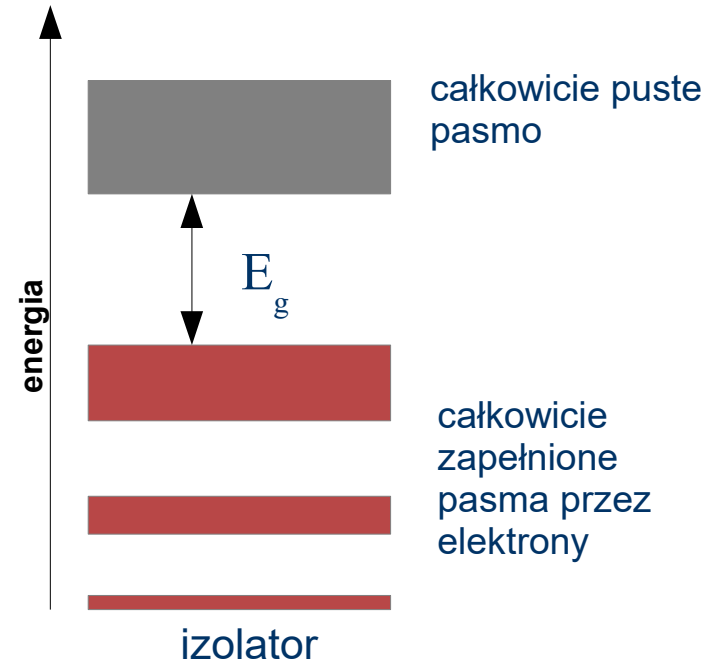
Brak przepływu prądu elektrycznego gdy do przewodnika przykładamy napięcie

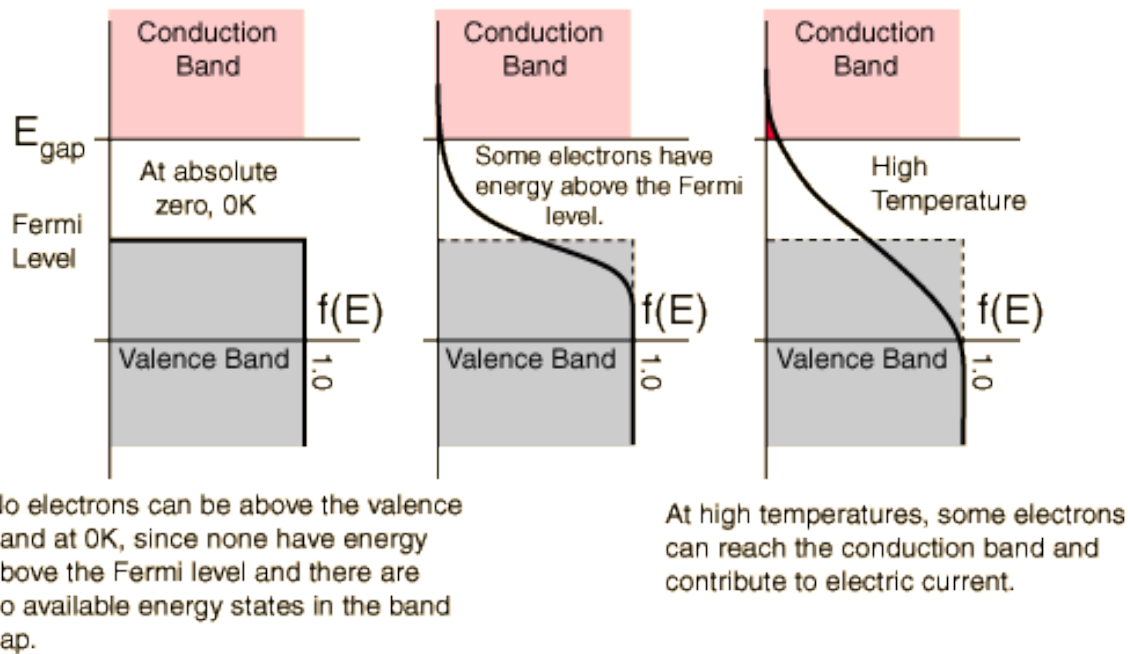
Dla izolatora pasma energetyczne elektronów są całkowicie obsadzone (oprócz ostatniego)

aby mógł nastąpić przepływ prądu część „wolnych” elektronów musiałaby zwiększyć swoją energię – jest to niemożliwe gdyż wszystkie poziomy obok są zajęte!

Przerwa energetyczna pomiędzy ostatnimi pasmami jest duża (rzędu 3 - 5 eV)

Istnieje b.małe prawdopodobieństwo, że elektron przeskoczy na wyższy poziom (do pasma przewodnictwa, gdzie mógłby stać się elektronem przewodnictwa w częściowo zapełnionym paśmie)





Przykład: jakie jest prawdopodobieństwo przeskoku termicznego dla elektronu w temperaturze 300K do pasma przewodnictwa w diamencie (przerwa energetyczna 5.5 eV)

Rozkład Boltzmana mówi nam, że :

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-\frac{(E_x - E_0)}{kT}}$$

$$\frac{-(E_x - E_0)}{kT} = -\frac{E_g}{kT} = \frac{5.5 \text{ V}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K})} = -213$$

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-213} \approx 3 \times 10^{-93}$$

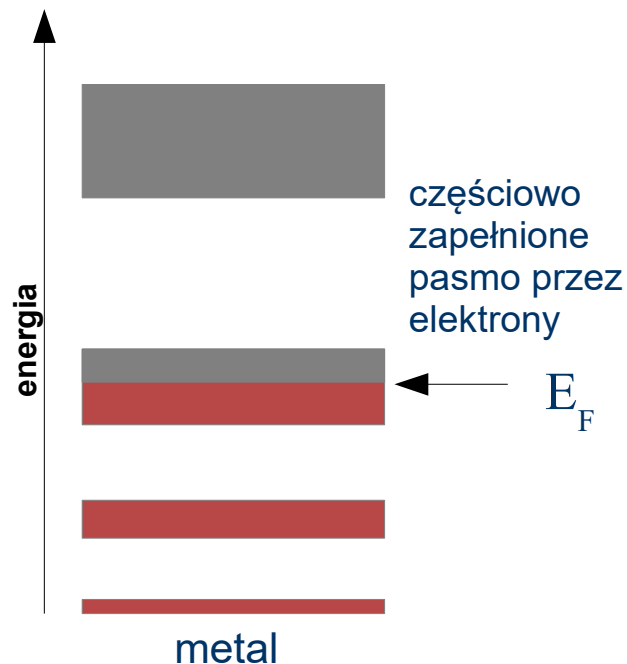
Metale

Przepływu prądu elektrycznego pojawia się wtedy, gdy do przewodnika przykładamy napięcie. Ruch swobodnych ładunków elektrycznych w przewodniku powoduje przepływ prądu

Część elektronów jest w stanie poruszać się swobodnie w przewodniku-metalu (są tzw. elektrony przewodnictwa) – są to elektrony zwykle z zewnętrznych powłok atomów, dość luźno związane z tymi atomami.

W metalach elektrony nie wypełniają całkowicie ostatniego poziomu – istnieje możliwość że elektrony mogą zwiększać swoją energię przechodząc na bliskie wyższe poziomy w paśmie – dając w ten sposób przyczynek do przepływu prądu elektrycznego

W temp. $T = 0 \text{ K}$ elektrony obsadzają możliwie najniższe poziomy energetyczne. Wtedy ich max. energia nazywana jest ***poziomem Fermiego***



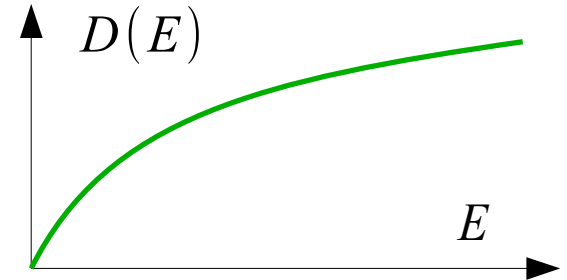
Metale – jak są obsadzone stany energetyczne?

Ile jest stanów energetycznych dla poszczególnych przedziałów wartości energii?

Jaka jest **gęstość stanów energetycznych**?

Ilość stanów przypadająca na przedział energii dE i na jednostkę objętości

$$D(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$



To wrażenie otrzymuje się na gruncie fizyki kwantowej (licząc liczbę możliwych fal stojących materii dla elektronów w próbce metalu)

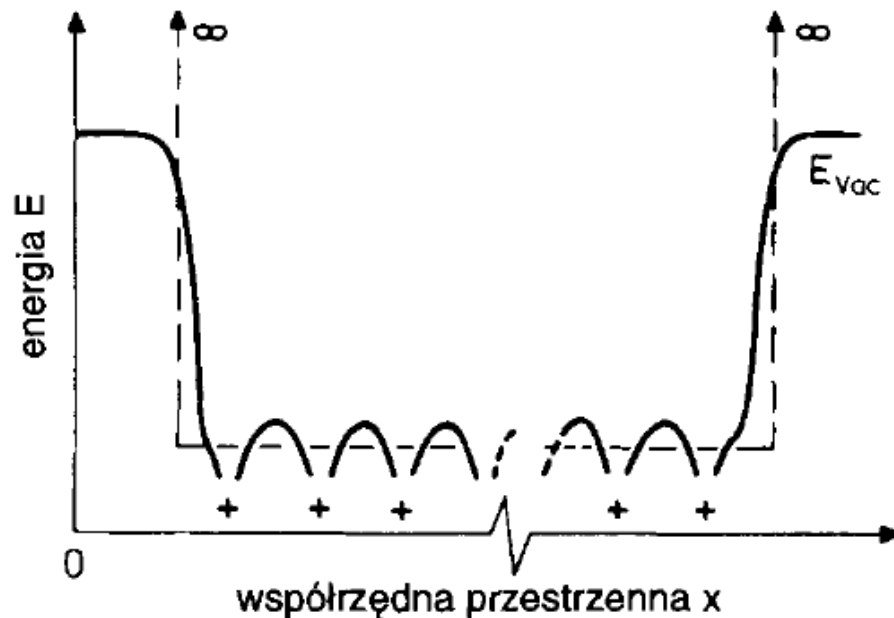
Jakie jest prawdopodobieństwo że elektron ma energię E ?

Trzeba brać pod uwagę, to że elektrony muszą spełniać zasadę Pauliego – nie mogą być jednocześnie w tym samym stanie kwantowym

Rozkład elektronów względem wartości energii podlega statystyce Fermiego-Dirac'a:

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Model elektronów „swobodnych” w metalu



Rys. 6.1. Jakościowa postać potencjału dla elektronu w sieci periodycznej złożonej z dodatnio naładowanych rdzeni (+). Poziom próżni E_{vac} jest poziomem, na który musi zostać wzbudzony elektron, aby opuścić kryształ i uciec w nieskończoność. Najprostszym przybliżeniem do opisu tego układu jest prostokątne studnia potencjału (- - -) o nieskończonej wysokości na powierzchni kryształu

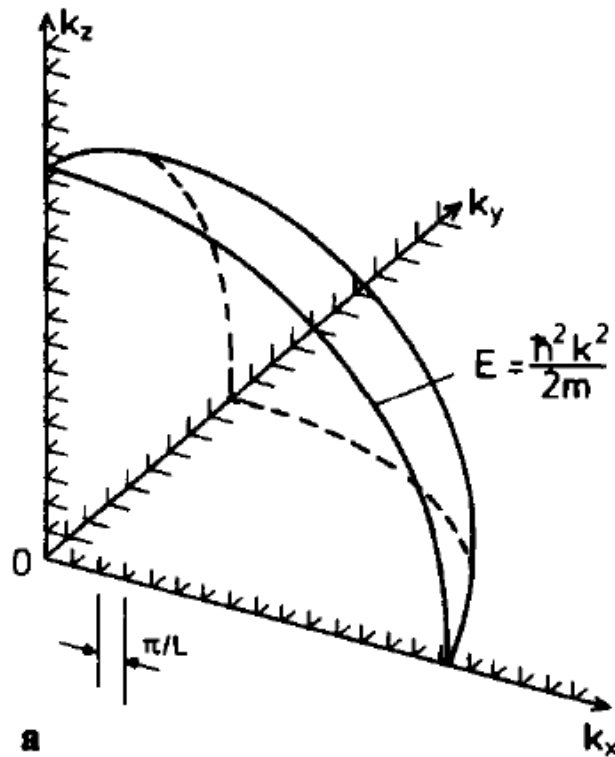
Nieskończenie głęboka studnia potencjału – sześciennie pudło o boku L

$$\Psi(x, y, z) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$$

$$k_x = \frac{\pi}{L} n_x, k_y = \frac{\pi}{L} n_y, k_z = \frac{\pi}{L} n_z, \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Stany elektronu w nieskończenie głębokiej trójwymiarowej studni potencjału - dozwolone wartości wektora falowego $\mathbf{k}$



Fale stojące - warunki brzegowe:
znikanie funkcji falowej na brzegach sześciiennej kostki o objętości L^3 .
W przestrzeni wektora falowego $\mathbf{k}$ reprezentowane są przez punkty, których współrzędne k_x, k_y, k_z są dodatnią wielokrotnością π/L .

Gęstość stanów elektronu na jednostkę objętości kryształu

$$D(E)dE = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} E^{1/2} dE$$

Liczba elektronów walencyjnych na jednostkę objętości jest równa liczbie stanów o energii od 0 do energii Fermiego E_F

$$n = \int_0^{E_F} D(E)dE = \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} E_F^{3/2}$$

W temperaturze zera bezwzględnego $T=0$ K energia Fermiego (potencjał chemiczny elektronów) jest

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

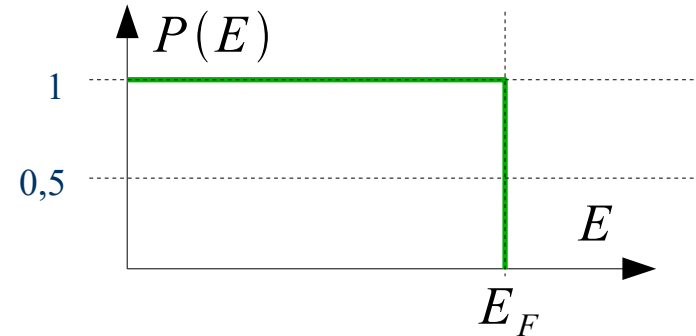
Rozkład Fermiego-Dirac'a

Jakie jest prawdopodobieństwo że elektron ma energię E ?

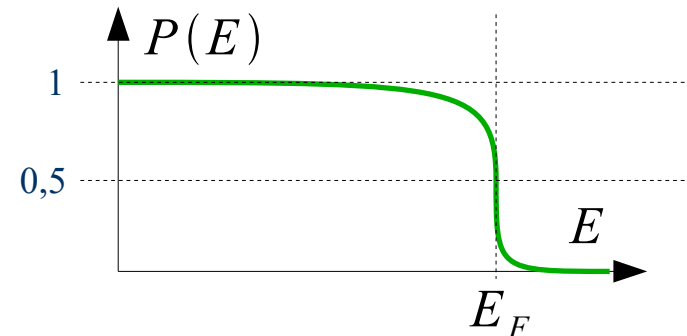
$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Energia Fermiego E_F jest energią takiego stanu elektronu ,którego prawdopodobieństwo obsadzenia jest równe 0.5

gdy $T = 0$



gdy $T > 0$

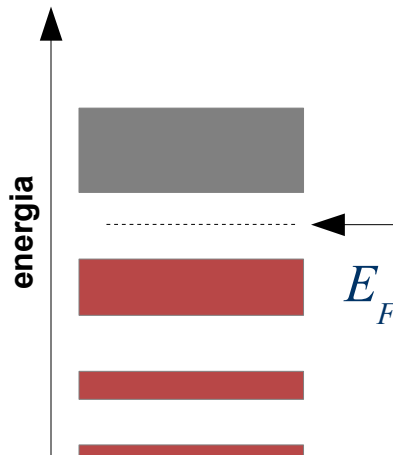
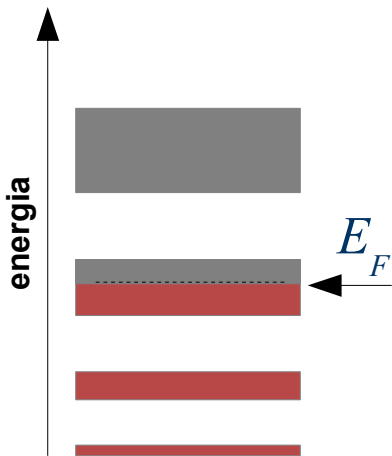


Zajętość stanów

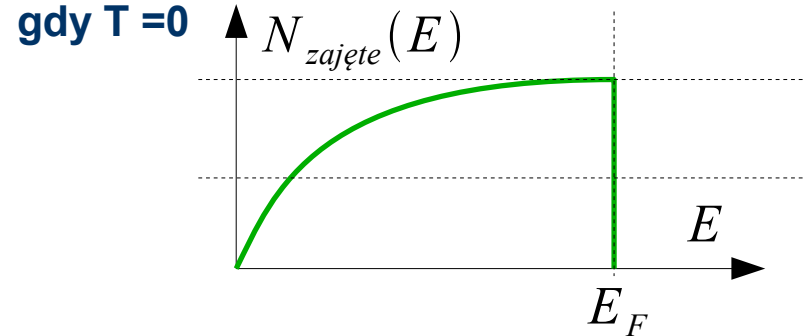
Ile stanów o energii E jest zajęte ?

$$N_{zajęte}(E) = P(E)D(E)$$

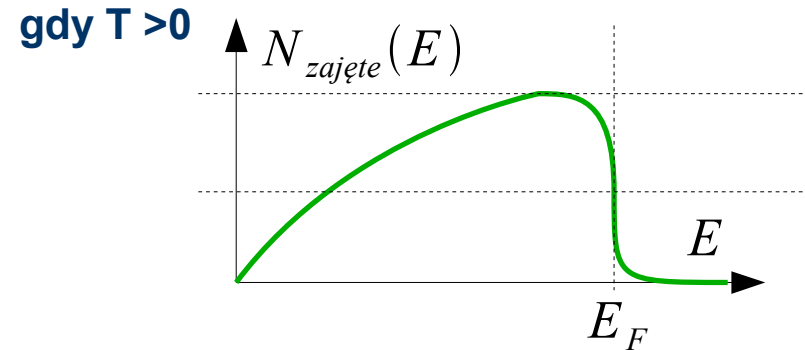
Dla metali energia (poziom) Fermiego przypada w obrębie pasma dozwolonego



gdy $T = 0$



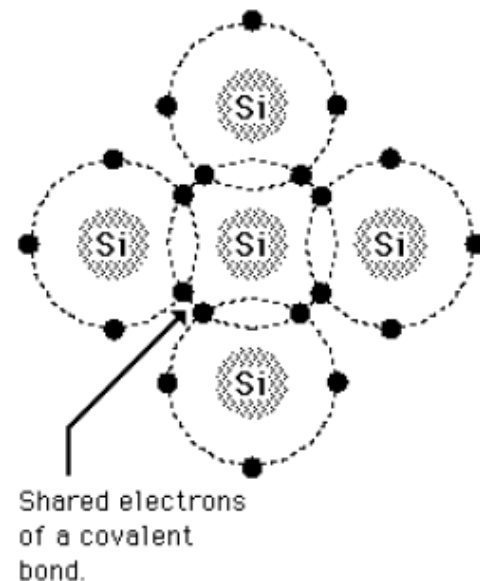
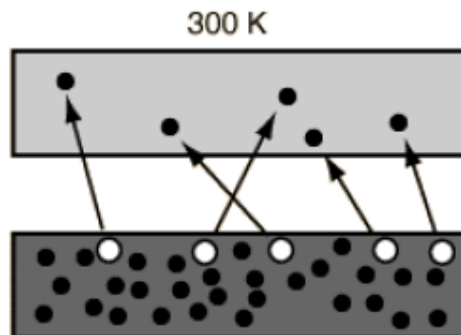
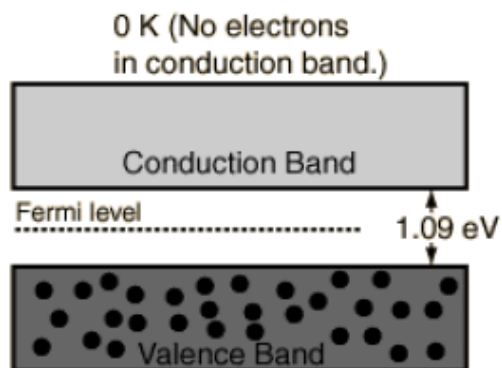
gdy $T > 0$



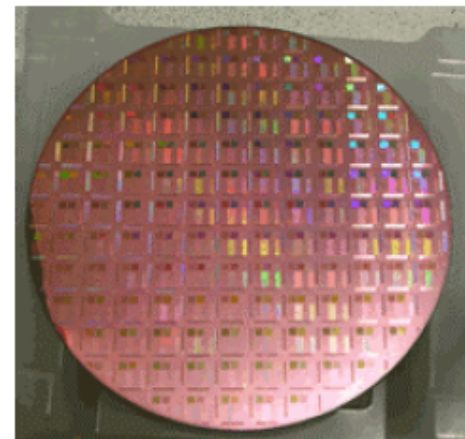
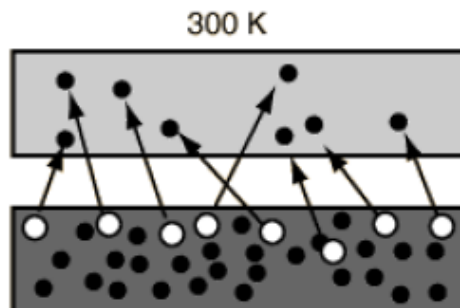
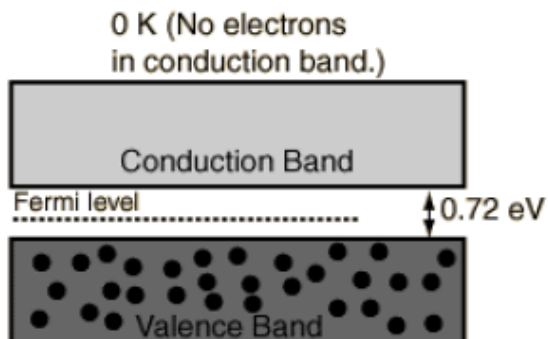
Dla izolatorów energia (poziom) Fermiego przypada w obrębie pasma wzbronionego

Półprzewodniki samoistne

Krzem Si



German Ge

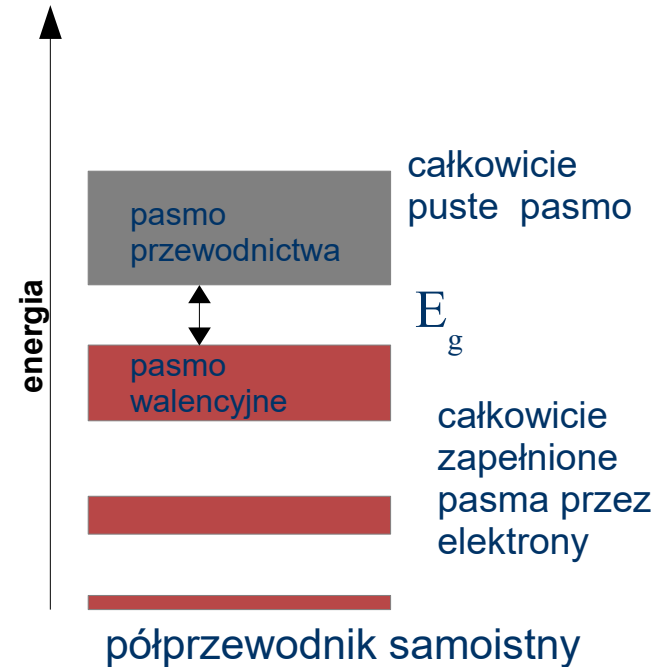
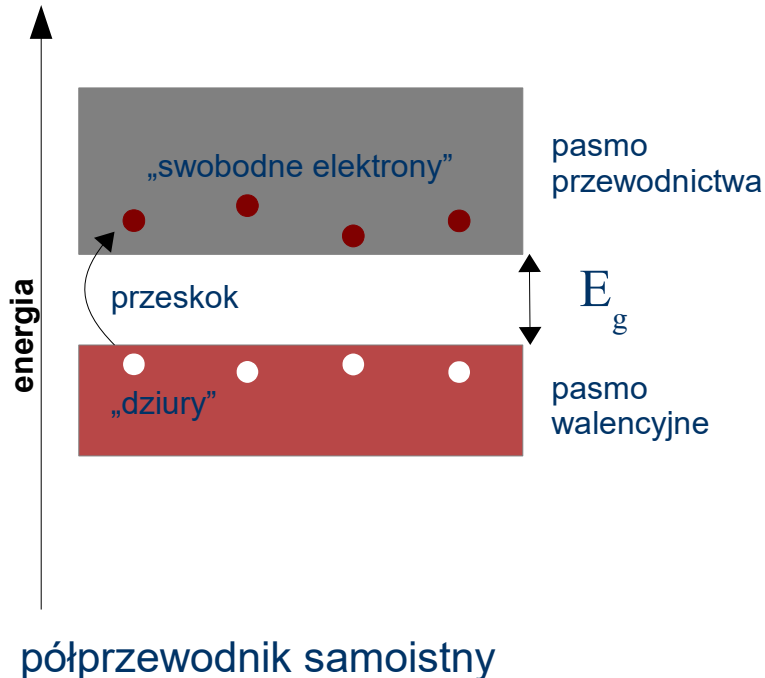


Półprzewodniki samoistne

Półprzewodniki mają podobną „budowę pasmową” do izolatorów

Ale przerwa energetyczna jest dużo mniejsza niż w przypadku izolatorów (dla krzemu $E_g = 1.1 \text{ eV}$)

Jest o bardziej prawdopodobne, że elektron może przeskoczyć tą barierę w odpowiednio wysokiej temperaturze!



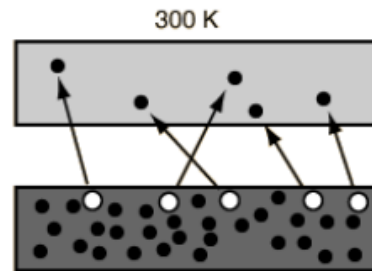
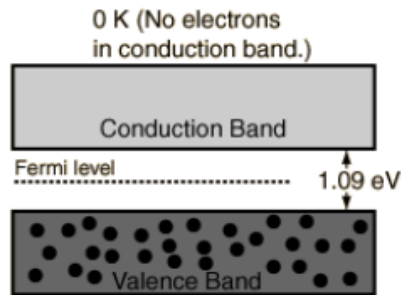
swobodne elektrony w paśmie przewodnictwa dają wkład do przewodności

„dziury” po elektronach w paśmie walencyjnym też dają wkład do przewodności jako poruszające się ładunki dodatnie!!!

Koncentracja tych nośników jest stosunkowo niewielka więc przewodność półprzewodników jest dużo mniejsza niż metali

Koncentracja nośników ładunku w półprzewodniku

W półprzewodniku bez domieszki swobodne nośniki ładunku (elektrony w paśmie przewodnictwa, dziury w paśmie walencyjnym) powstają tylko w wyniku wzbudzenia elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa



$n=p=n_i$ (koncentracja samoistna).

n - koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa

p - koncentracja dziur w paśmie walencyjnym

W stanie równowagi termodynamicznej w temperaturze T liczba przejść (na jednostkę czasu) elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa Δg (generacja pary nośników) jest równa liczbie przejść elektronów z pasma przewodnictwa do stanów niezapełnionych w paśmie walencyjnym Δr (rekombinacja elektronu i dziury) $\Delta g = \Delta r$

Prawdopodobieństwo uzyskania przez elektron dodatkowej energii E_g (szerokość przerwy energetycznej między pasmami) jest proporcjonalne do czynnika Boltzmann'a $\exp(-E_g/k_B T)$:

$$\Delta g = \alpha N \exp\left(\frac{-E_g}{k_B T}\right)$$

Prawdopodobieństwo rekombinacji jest proporcjonalne do koncentracji elektronów n i do koncentracji dziur p :

$$\Delta r = \beta np = \beta n_i^2$$

$$np = n_i^2 = \frac{\alpha N}{\beta} \exp\left(\frac{-E_g}{k_B T}\right) \quad \text{gdzie } \alpha, \beta \text{ współczynniki}$$

N liczba stanów w paśmie walencyjnym.

Koncentracja nośników samoistnych silnie zależy od temperatury, jest „aktywowana termicznie”, energia aktywacji $\Delta E = E_g/2$

$$n_i = \sqrt{\frac{\alpha N}{\beta}} \exp\left(\frac{-E_g}{2k_B T}\right)$$

Równowagowe koncentracje nośników ładunku

Gdy $E_F > kT$ koncentracje nośników ładunku mogą być przybliżone równaniami:

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)$$

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$$

$$n \cdot p = n_i^2 = N_C N_V \exp\left(\frac{E_V - E_C}{kT}\right) = N_C N_V \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right)$$

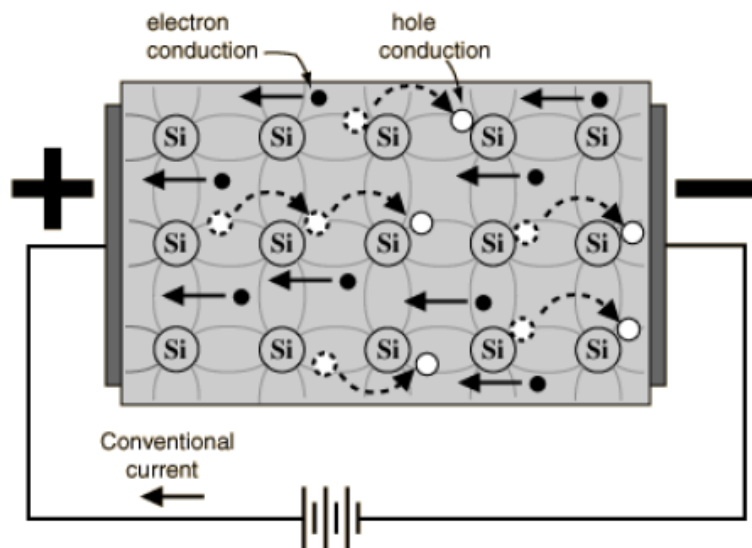
W półprzewodniku samoistnym (nie domieszkowanym):

$$n = p = n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right) \propto \exp\left(\frac{-E_g}{2} \frac{1}{kT}\right) \Rightarrow \sigma \propto \exp\left(\frac{-E_g}{2} \frac{1}{kT}\right)$$

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

energia aktywacji

Przewodność elektryczna półprzewodników

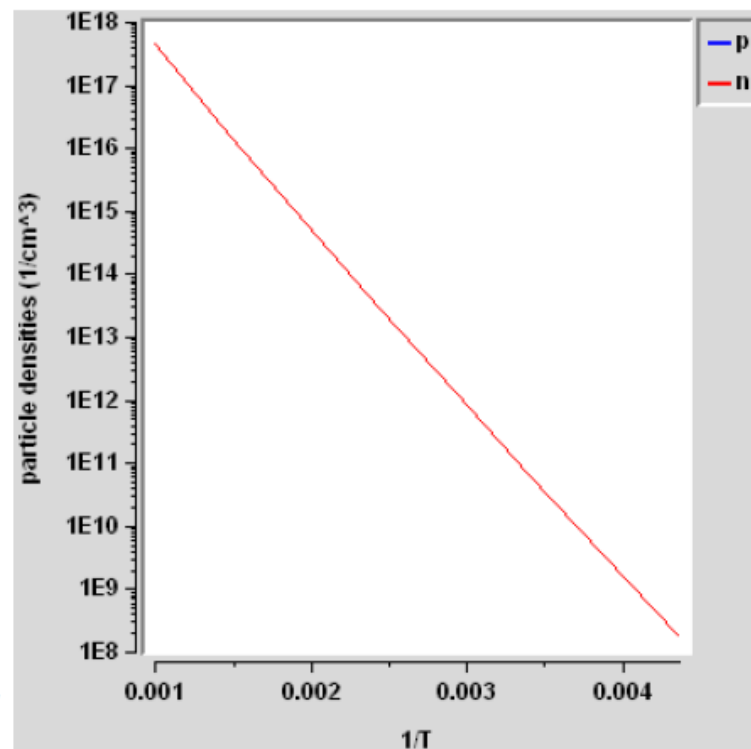


$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_d$$

n – koncentracja elektronów, μ_e – ruchliwość elektronów
 p – koncentracja dziur, μ_d – ruchliwość dziur

Ruchliwość nośników ładunku jest zdefiniowana jako stosunek prędkości unoszenia w polu elektrycznym v_u (średniego przesunięcia nośników na jednostkę czasu wywołanego przez działanie siły ze strony pola elektrycznego) do natężenia pola elektrycznego E

$$\mu = v_u / E$$



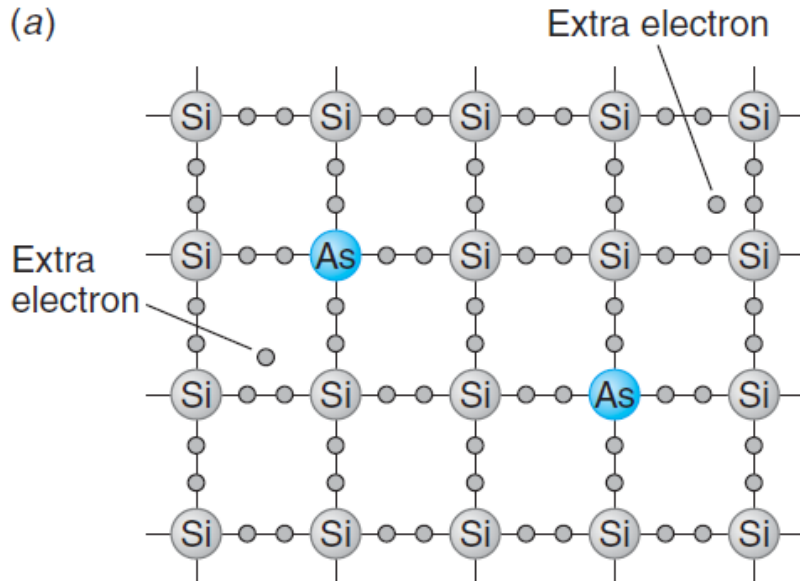
Koncentracja nośników w półprzewodniku samoistnym w funkcji odwrotności temperatury.

Zależność przewodności od temperatury jest określona przez szybki wzrost koncentracji nośników ze wzrostem temperatury.

$$\sigma(T) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

Półprzewodniki domieszkowane

Typ n (negative)



Atomy Si tworzą sieć krystaliczną za pomocą wiązań kowalencyjnych (wiązanie Si-Si polega na „uwspólnieniu” dwóch elektronów).

Każdy atom Si „uwspólnia” 4 elektrony do wiązań kowalencyjnych, jego stan walencyjny wynosi +4

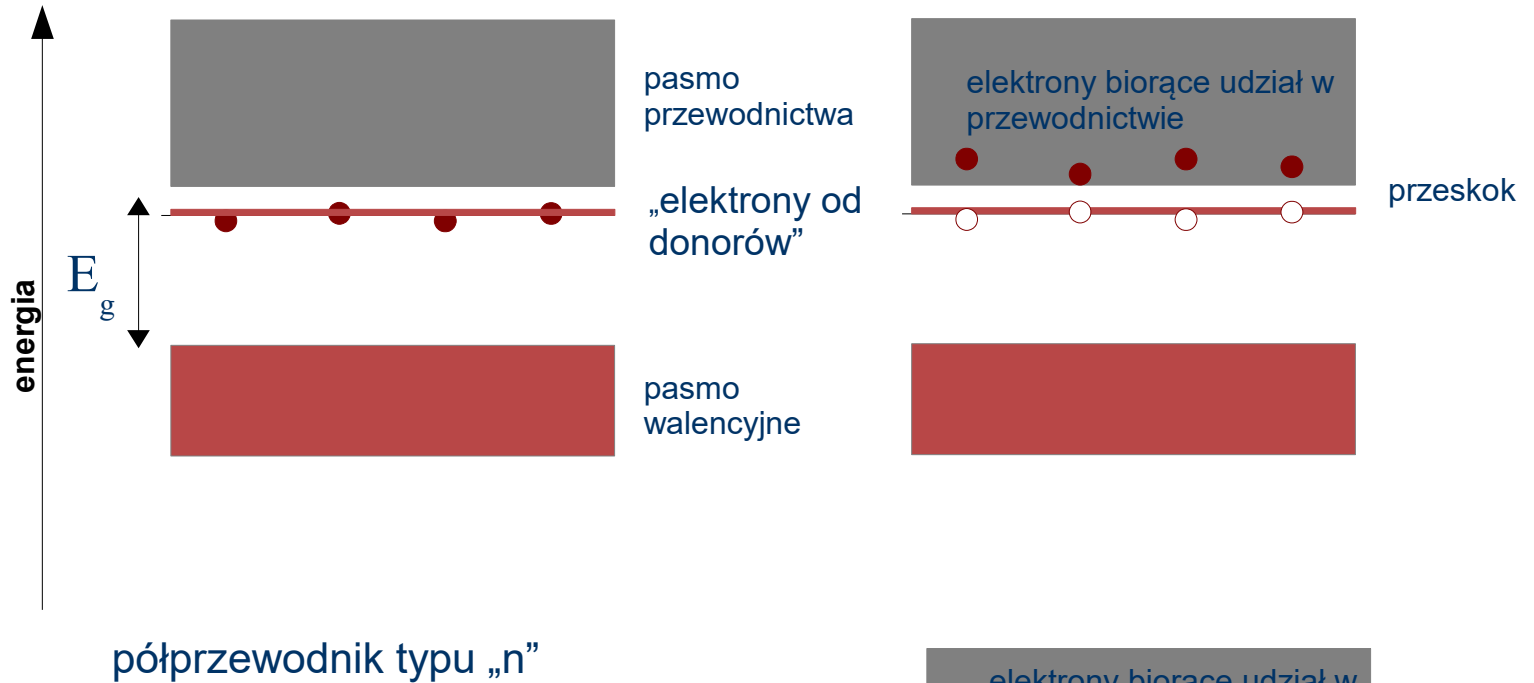
może oddać 4 elektrony walencyjne aby być w „idealnej” konfiguracji elektronowej neonu – patrz układ okresowy pierwiastków

Jeśli jeden atom Si zostanie zastąpiony przez atom **As** (arsen), który ma walencyjność +5 wówczas tworząc wiązania z atomami Si pozostanie mu luźny elektron

Ten luźny elektron daje wkład do przewodnictwa elektrycznego

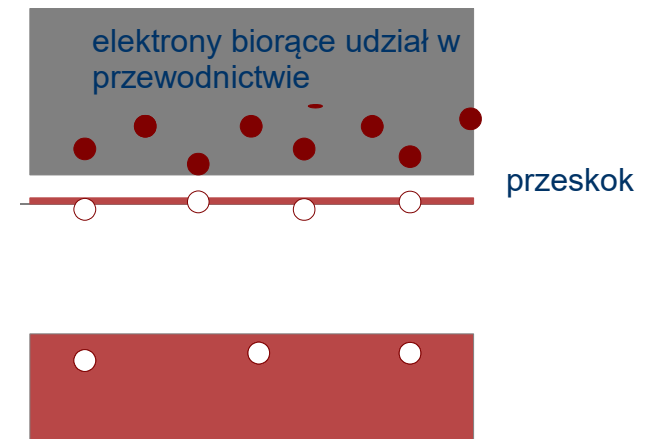
Mówimy że **P** jest **donorem**

Półprzewodnik typu „n”



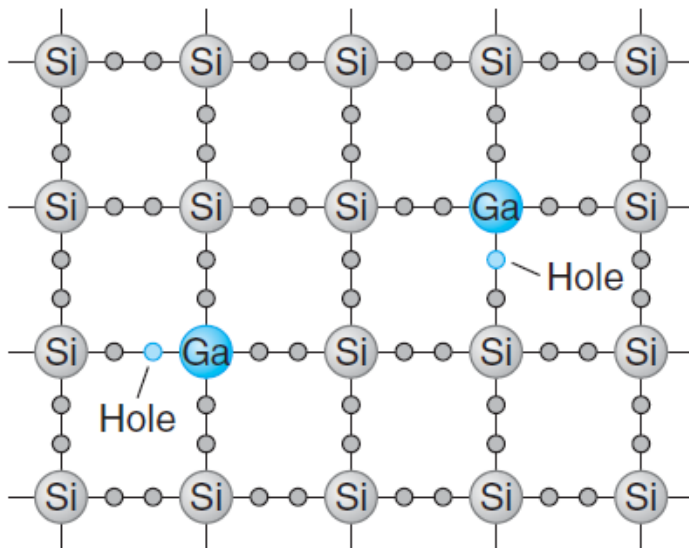
W odpowiedzi wyższej temp. na skutek wzbudzeń termicznych pewna część elektronów „przeskoczy” z pasma walencyjnego do przewodnictwa

nośnikami większościowymi prądu są tutaj elektrony w paśmie przewodnictwa



Półprzewodniki domieszkowane

Typ p (positive)



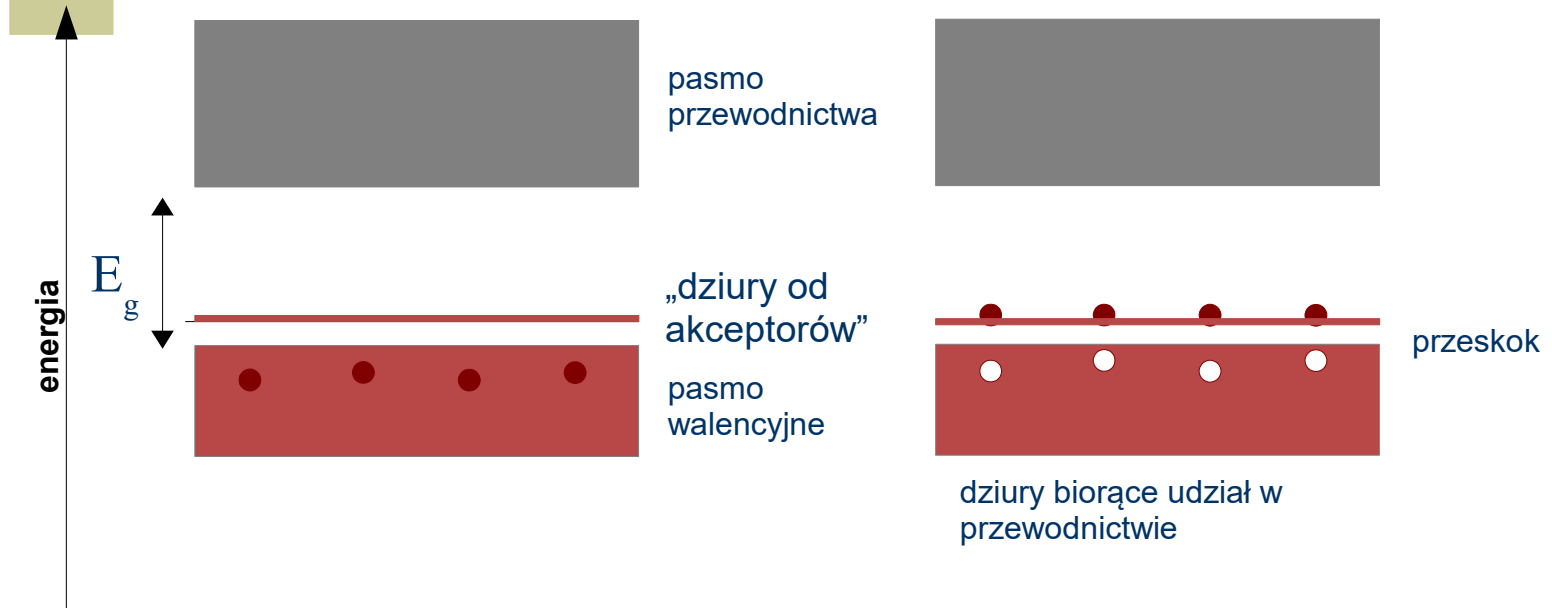
Jeśli jeden atom Si zostanie zastąpiony przez atom Ga (gal), który ma walencyjność +3, wówczas tworząc wiązania z atomami Si pozostanie luka-"dziura" w jednym wiązaniu z Si

Tą lukę mogą zapełnić inne elektrony (od krzemu) które nie tworzą wiązań kowalencyjnych

„Dziury” można traktować jako ładunki swobodne dodatnie (w przeciwieństwie do elektronów, które mają ładunek ujemny) i to one dają wkład do przewodności tego półprzewodnika

Atom Ga nazywany jest **akceptorem**

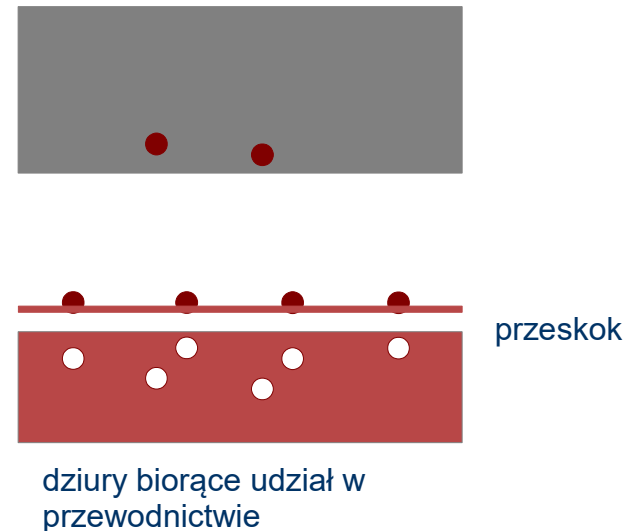
Półprzewodnik typu „p”



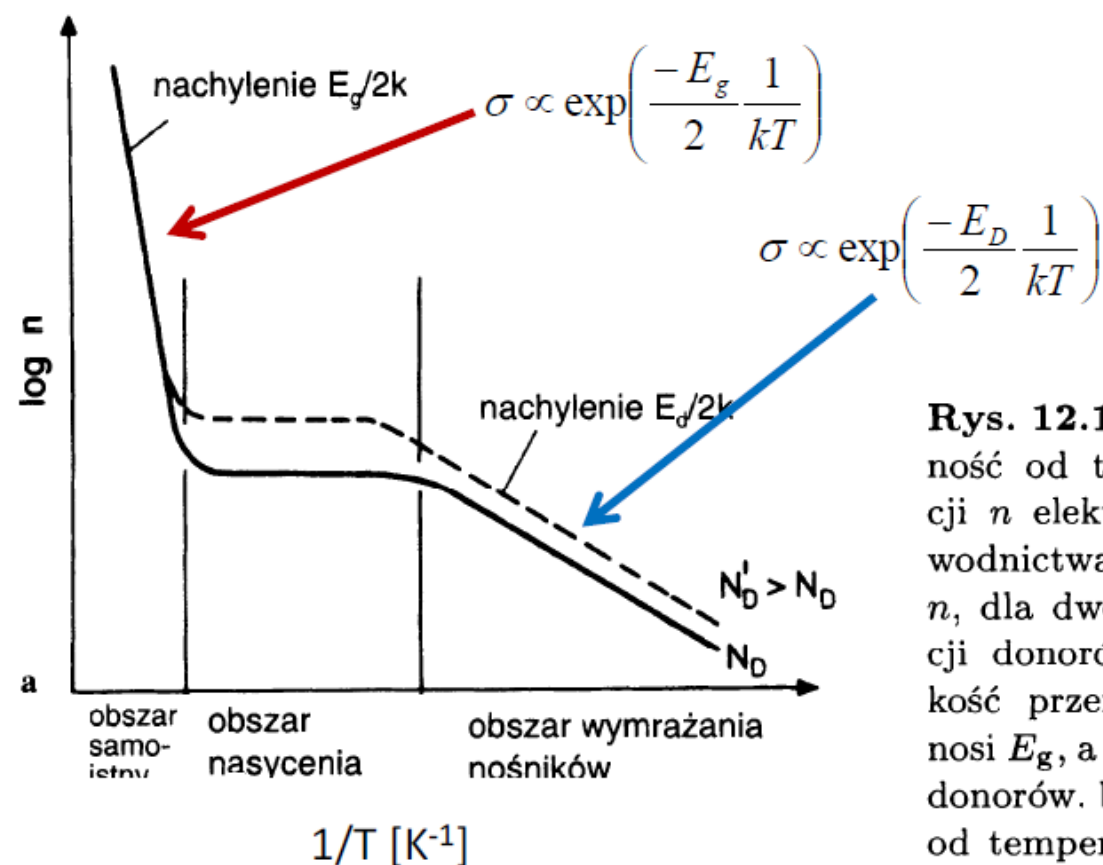
półprzewodnik typu „p”

W odpowiedzi wyższej temp. pewna część elektronów „przeskoczy” z pasma walencyjnego do przewodnictwa

nośnikami większościowymi prądu są tutaj „dziury” w paśmie walencyjnym



Koncentracja nośników ładunku w półprzewodniku domieszkowanym



Rys. 12.10. a) Jakościowa zależność od temperatury koncentracji n elektronów w pasmie przewodnictwa półprzewodnika typu n , dla dwóch różnych koncentracji donorów $N'_D > N_D$. Szerokość przerwy energetycznej wynosi E_g , a E_d jest energią jonizacji donorów. **b)** Jakościowa zależność od temperatury energii Fermiego $E_F(T)$ w tym samym półprzewodniku. E_C i E_V są odpowiednio dolną krawędzią pasma przewodnictwa i górną krawędzią pasma walencyjnego. E_D jest położeniem poziomu donorowego, a E_i oznacza położenie poziomu Fermiego w półprzewodniku samoistnym