

Podstawy fizyki kwantowej

- ♦ Światło to fala czy cząstka ?
 - promieniowanie termiczne
 - efekt fotoelektryczny
 - efekt Comptona

„Fizyka kwantowa” - po co?

Jeśli chcemy badać zjawiska, które zachodzą w skali „mikro” - (w skali atomów, elektronów itp.) to niestety okazuje się, że nasze „klasyczne” prawa fizyki, które znamy z codziennych doświadczeń (prawa mechaniki, elektrodynamiki), zawodzą!

Nie możemy wyjaśnić „klasycznie”

- Dlaczego Słońce świeci?
- Dlaczego pierwiastki ze względu na swoje własności tworzą „układ okresowy”?
- Jak działają diody, tranzystory i inne urządzenia mikro-elektroniczne?
- Dlaczego miedź przewodzi dobrze prąd elektryczny, a szkło nie?

Nowy fizyczny sposób opisu tych zjawisk to „**Fizyka kwantowa**”

Korpuskularno-falowa natura światła

Doświadczenia, które wykazują falową naturę światła

- dyfrakcja, interferencja, polaryzacja, odbicie, załamanie

Jak wyjaśnić inne zjawiska takie jak:

- promieniowanie termiczne (promieniowanie e-m gorących ciał)
- efekt fotoelektryczny (wybijanie elektronów w metalu przez światło)
- efekt Comptona
(specyficzne odbijanie się promieniowania e-m od materiału tarczy)

czyli jak doszło do odkrycia kwantowego
charakteru promieniowania e-m. - fotony!

Promieniowanie termiczne

Emisja promieniowania elektromagnetycznego odbywa się na skutek cieplnego, chaotycznego ruchu cząsteczek ciała Promieniowanie e-m. emitowane przez substancje kosztem ich energii wewnętrznej nazywamy **promieniowaniem cieplnym**.

Fakt doświadczalny:

ogrzane ciała stałe, np. metale, emitują promieniowanie

- np. stopiony metal w wysokiej temperaturze daje czerwony kolor
- przy obniżaniu temperatury zmienia się kolor metalu od niebieskiej do czerwonej



Emisję promieniowania e-m. powodują przyspieszane ładunki el. (drgające elektrony wewnątrz atomów - oscylatory)

- analogia do promieniowania emitowanego przez anteny – drgają elektrony w antenie, częstość drgań odpowiada częstości emitowanego promieniowania.

Jeśli ciało może emitować promieniowanie e-m. to może też je absorbować!

Promieniowanie termiczne

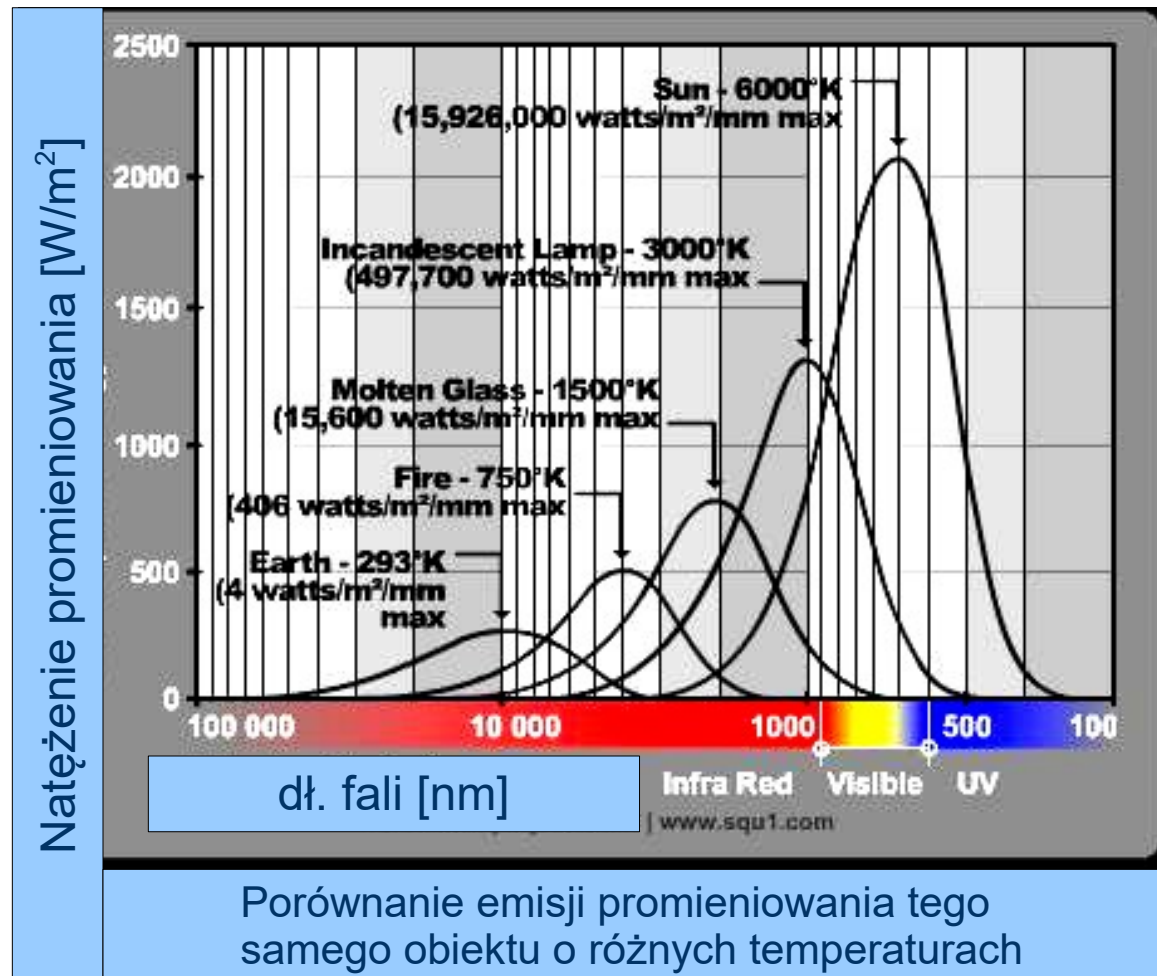
Dla różnych temperatur nagrzanego obiektu mamy jego różny rozkład energii emitowanego promieniowania

(różny rozkład względem długości fali λ emitowanej)

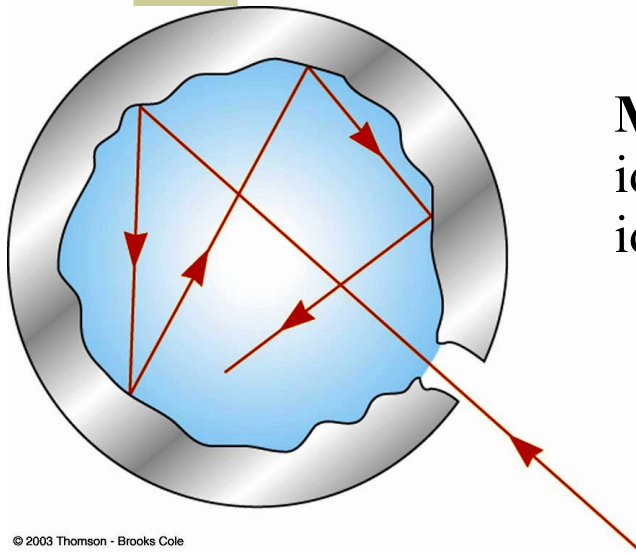
Uwaga:

Różne obiekty mające jednakową temperaturę mogą mieć różne krzywe rozkładu widmowego

jednakże możemy rozpatrywać wyidealizowany przypadek tzw. „ciała doskonale czarnego”



Promieniowanie termiczne



Model ciała doskonale czarnego - ciało które idealnie absorbuje promieniowanie padające - oraz idealnie emituje promieniowanie.

- ♦ Ciało które nie odbija promieniowania tylko je całkowicie absorbuje :

$$A(\nu, T) = 1 ; R(\nu, T) = 0$$

- ♦ energia pochłonięta przez powierzchnię zamienia się w ciepło – wzbudzone przez falę e-m. drgania elektronów zamieniają się w ruch cieplny

Definicje:

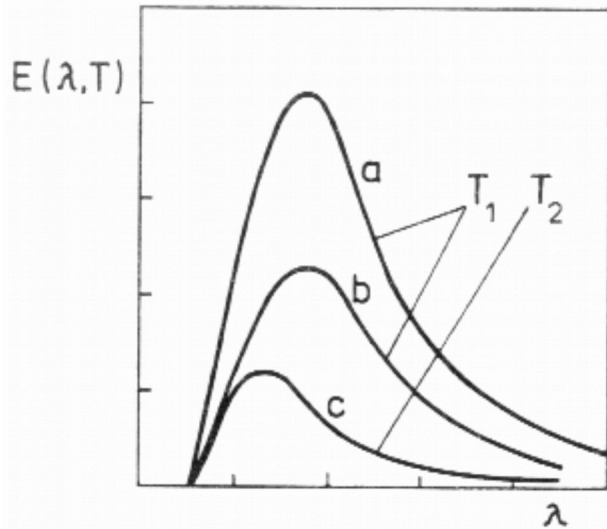
$A(\nu, T)$ – zdolność absorpcyjna

$R(\nu, T)$ – współczynnik odbicia

$$A(\nu, T) + R(\nu, T) = 1$$

Elektrony w atomach ścianek wnętrza oscylując wysyłają falę elektromagnetyczną – światło. Wypromieniowane światło nie ulatuje na zewnątrz. Natrafiając na ścianki wnętrza fale światła są pochłaniane przez inne atomy – oscylatory, które emitują je z powrotem do wnętrza komory. Pojedynczy oscylator promieniując traci energię, ale natychmiast ją odzyskuje pochłaniając światło z komory. Ustala się stan równowagi cieplnej i cała komora wypełnia się promieniowaniem.

Promieniowanie termiczne



$$\nu = c / \lambda$$

$$E(\nu, T) \Rightarrow E(\lambda, T)$$

Widmowa zdolność emisyjna
(a) ciała doskonale czarnego
(b) i (c) dowolnego ciała

$E(\nu, T) d\nu$ – zdolność emisyjna:

- ilość energii promieniowania wysyłana o częstotliwości od ν do $\nu + d\nu$ przez jednostkową powierzchnię ciała o temperaturze T w jednostce czasu.

jednostki $[J/(s \cdot m^2)]$

- inaczej można ją nazwać „strumieniem energii” bądź „natężeniem – intensywnością wypromieniowanej energii”

Promieniowanie termiczne

Fakty doświadczalne:

Prawo Kirchhoffa:

stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej jest dla wszystkich powierzchni jednakową, uniwersalną funkcją częstotliwości i temperatury.

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = \varepsilon(\nu, T)$$

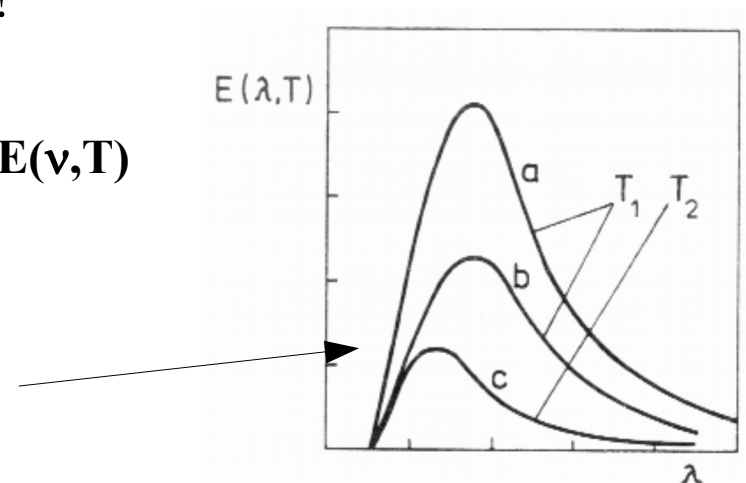
Jednakowa funkcja dla wszystkich ciał

Im lepszy „emiter” tym lepszy „absorber”!

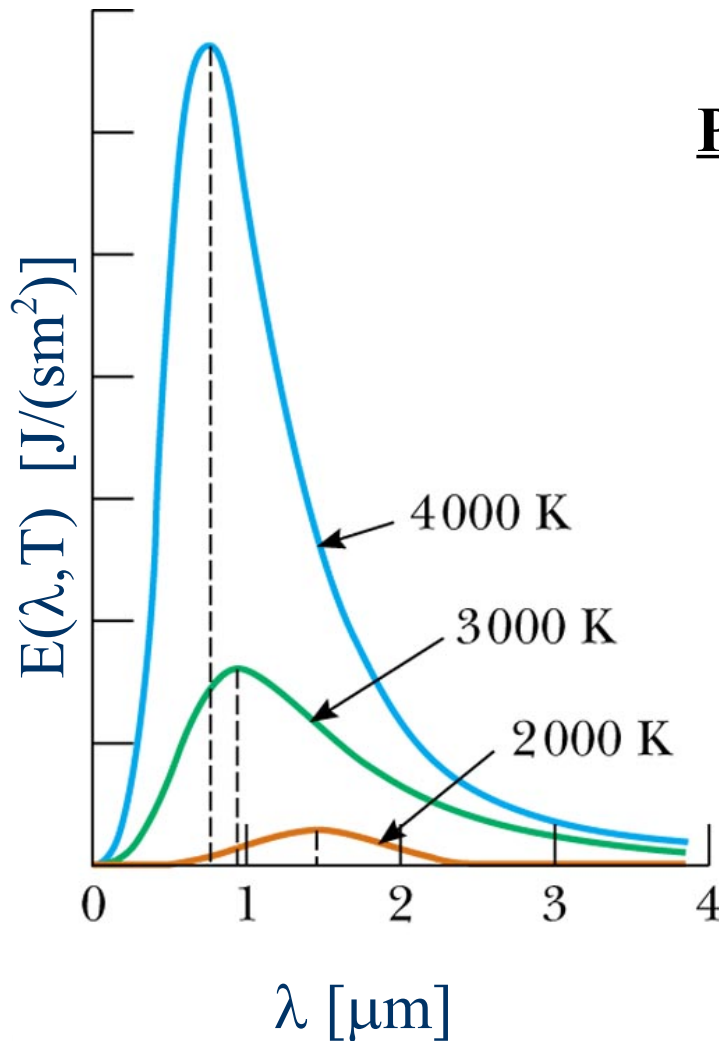
Dla ciała doskonale czarnego $A(\nu, T) = 1$ więc $\varepsilon(\nu, T) = E(\nu, T)$

Zatem funkcja $\varepsilon(\nu, T)$ jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego !!!

Dla dowolnego ciała $E(\nu, T) = A(\nu, T) \varepsilon(\nu, T)$
wtedy najczęściej $A(\nu, T) < 1$



Promieniowanie termiczne



Prawo Stefana-Boltzmana

całkowita zdolność emisyjna E_T c.d.cz. $[\text{J}/(\text{s m}^2)]$

$$E_T = \int_0^{\infty} E(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$$

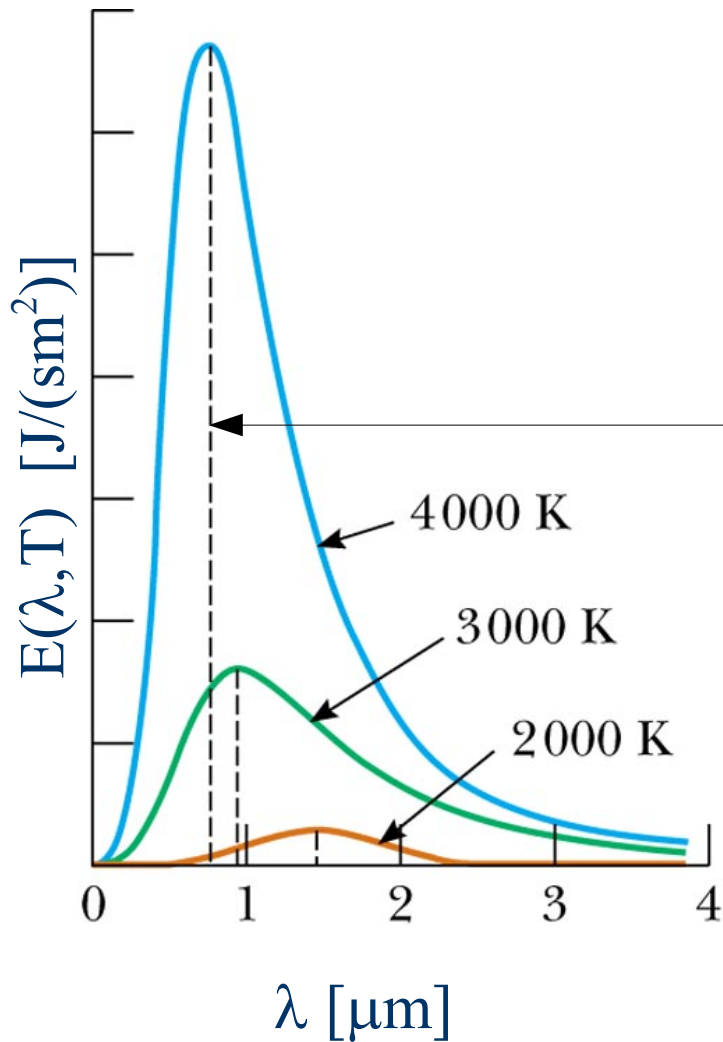
lub inaczej - moc promieniowania emitowanego
[W=J/s]

$$P_T = \sigma A T^4$$

gdzie A – powierzchnia,
 σ = stała $5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$

im wyższa T tym „pole powierzchni pod krzywą”
większe - więcej jest emitowanego promieniowania

Promieniowanie termiczne



Prawo Wiena

funkcja $\epsilon(\lambda, T)$ (a także $E(\lambda, T)$)

wykazuje max., które zależy od temperatury

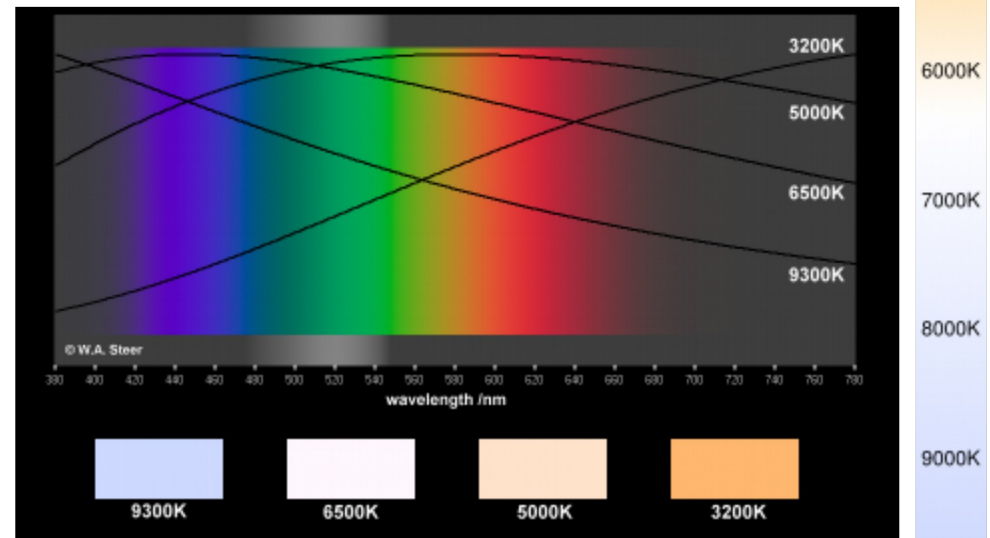
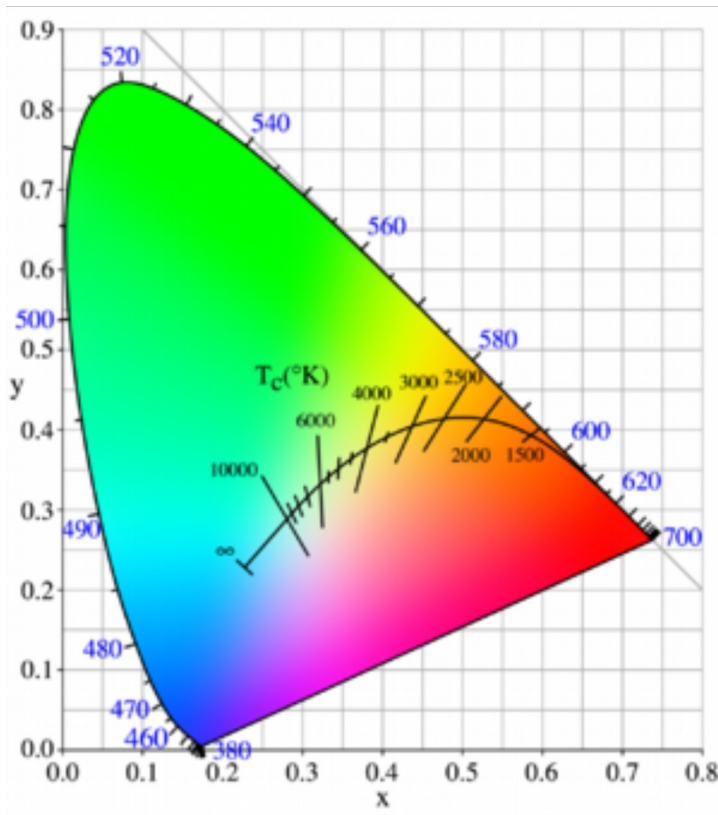
$$\lambda_{\text{max}} T = 0.2898 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K} = \text{const}$$

im wyższa temperatura T tym λ_{max} mniejsze

Pomiar temperatury - pirometr



Powierzchnia Słońca:
temperatura efektywna 5780 K –
odpowiada długości fali światła $\lambda=502$ nm

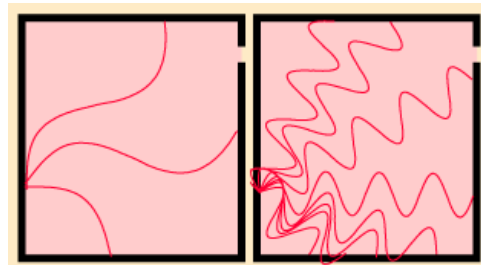


Promieniowanie termiczne

W c.d.cz. mamy stan równowagi cieplnej między emisją i absorpcją promieniowania. Promieniowanie wypełnia całą przestrzeń we wnętrzu (utrzymują się tylko „fale stojące”). Ten model pozwala wyprowadzić, że natężenie promieniowania (zdolność emisyjna) we wnętrzu zależy od:

$$E(\nu) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \langle U \rangle$$

średnia energia oscylatora



Za pomocą natężenia promieniowania emitowanego przez ścianki wnętrza można wyrazić **gęstość energii promieniowania** (ilość energii na jedn. objętości) we wnętrzu

$$E(\nu) = \frac{u(\nu)c}{4} \longrightarrow u(\nu) = \frac{E(\nu)4}{c}$$

Dalej wygodniej jest operować wielkością **gęstości energii promieniowania**

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi \langle U \rangle}{c^3} \nu^2 d\nu$$

Promieniowanie termiczne - model klasyczny (Rayleigh-Jeans)

Wszystkie oscylatory mogą przyjmować dowolne wartości energii, ale prawdopodobieństwo że oscylator ma energię U wyznacza rozkład Boltzmana:

$$f(U) = a e^{\frac{-U}{kT}}$$

Z warunku normalizacji
prawdopodobieństwa:

$$a \int_0^{\infty} e^{\frac{-U}{kT}} dU = 1 \longrightarrow a = \frac{1}{kT}$$

Po uśrednieniu (całkowaniu po wszystkich możliwych energiach) otrzymujemy że $\langle U \rangle = kT$

$$\langle U \rangle = \int_0^{\infty} U a e^{\frac{-U}{kT}} dU = (kT)^2 / (kT) = kT$$

biorąc pod uwagę matematyczne obliczenia całek:

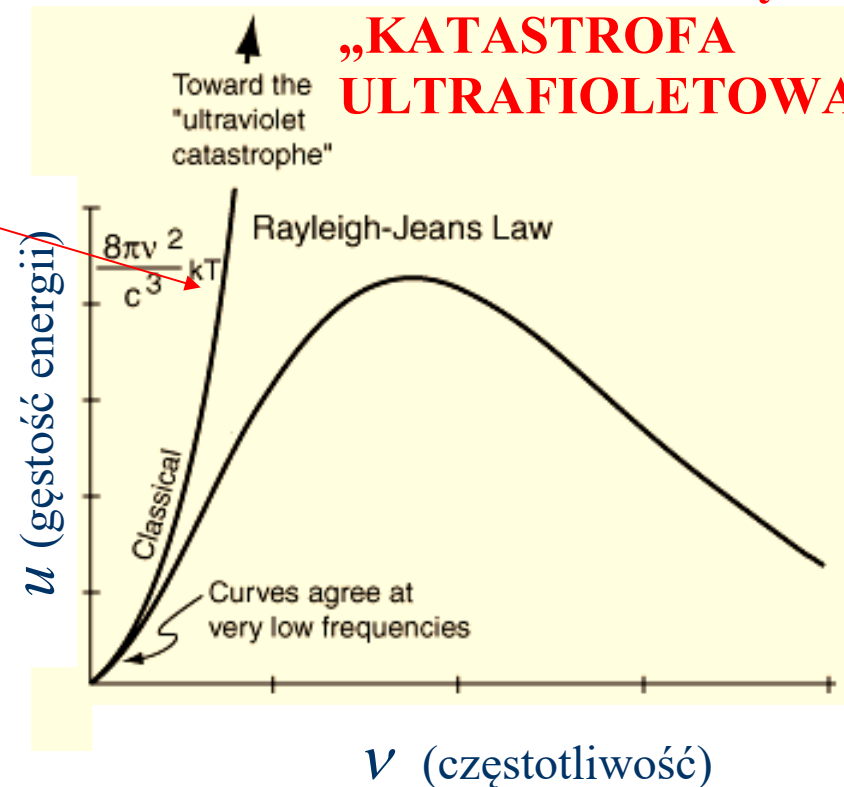
$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

Promieniowanie termiczne

Zatem gęstość energii emitowania przez c.d.cz.w postaci fali e-m. na jednostkę objętości w przedziale częstotliwości od ν do $d\nu$ wynosi

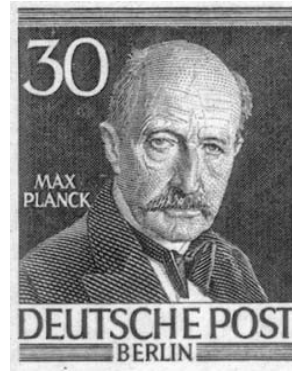
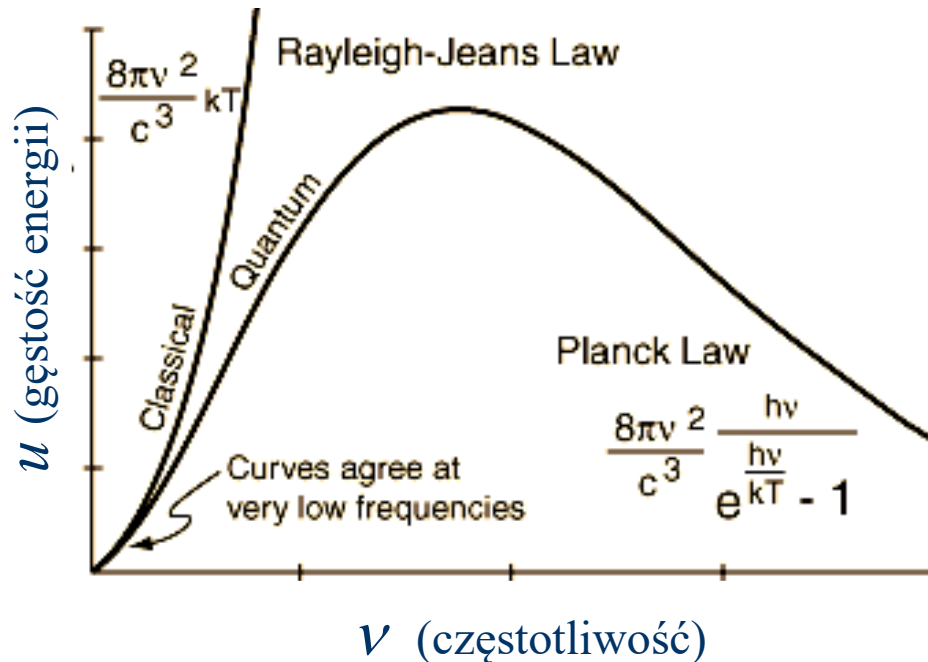
$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi(kT)}{c^3} \nu^2 d\nu$$



Promieniowanie termiczne (rok 1900) kwantowa teoria Planck'a

Max Planck zauważył, że można wzór zmodyfikować tak aby spełniał warunki eksperymentu:

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \left(\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) d\nu$$



Promieniowanie termiczne (rok 1900)

Aby to wyjaśnić trzeba użyć pewien 'trick'

widać że średnia energia oscylatora powinna wynosić:

$$\langle U \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

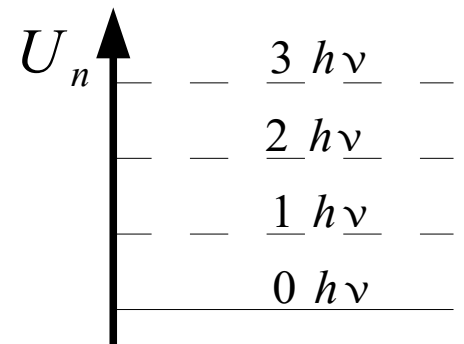
Jest to spełnione gdy:

**drgający oscylator ma „kwantowaną” energię
tzn. może przyjmować tylko „skokowe wartości energii”
może więc emitować tylko „skokowe wartości energii”**

- n liczba kwantowa (liczba całkowita), ν częstotliwość oscylacji
- h jest stałą Planck’a = 6.626×10^{-34} J s
- oscylator może zmieniać energię
tylko o wielokrotność $h\nu$

$$f(U) = a e^{\frac{-U}{kT}}$$

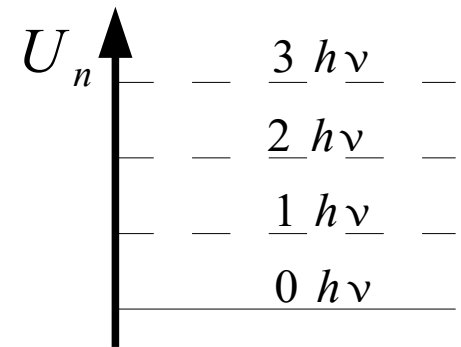
$$U_n = n h\nu$$



Promieniowanie termiczne (rok 1900)

Rozkład Maxwella-Boltzmanna energii oscylatorów
(prawdopodobieństwo że oscylator ma energię U_n)

$$f_n = A e^{-U_n/kT} = A e^{-nh\nu/kT}$$



Wyznaczenie stałej A z warunku normalizacji

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n = A \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT} = 1$$

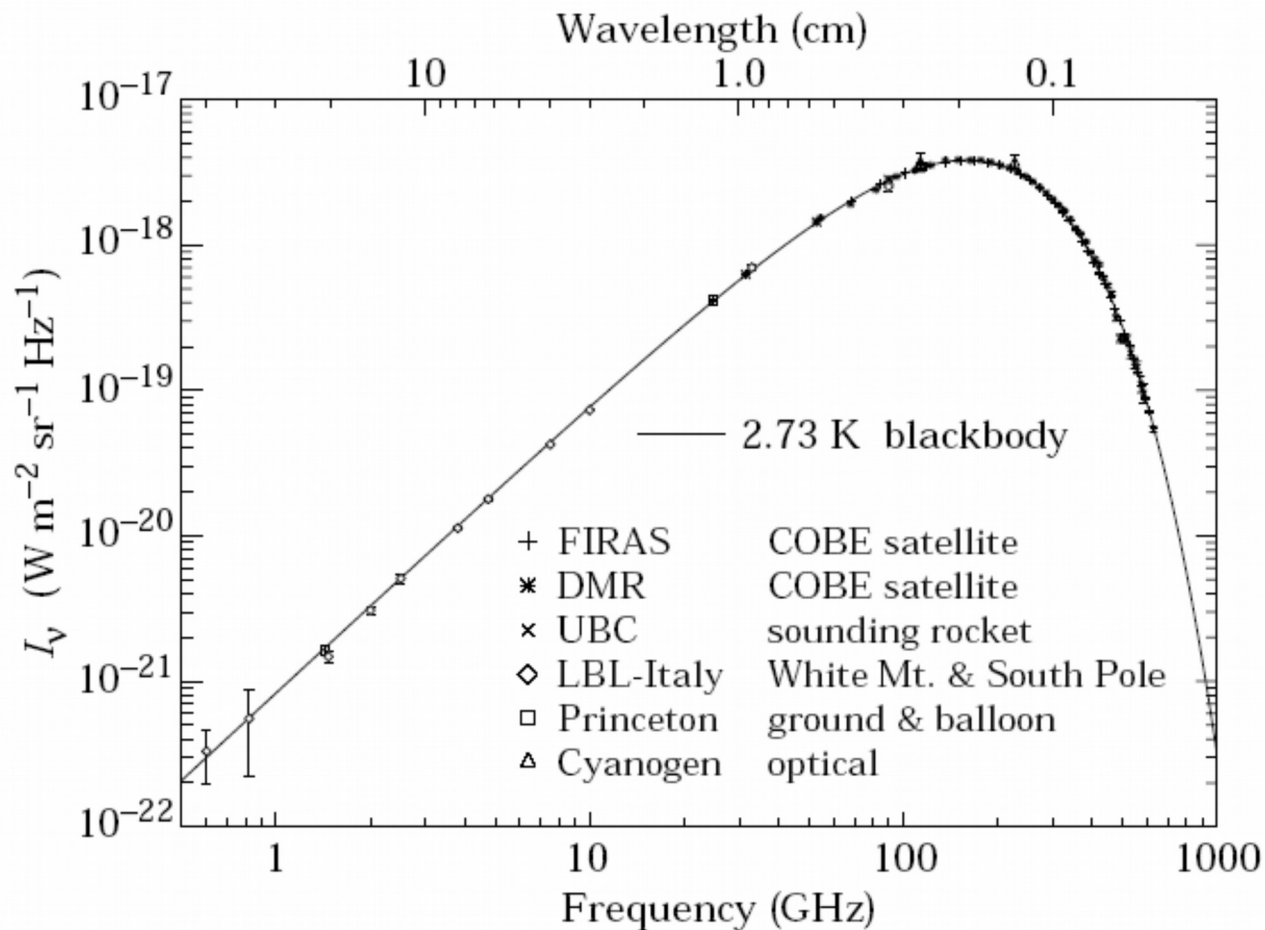
$$A = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}}$$

Wyznaczenie średniej energii oscylatora

$$\langle U \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} U_n f_n = A \sum_{n=0}^{\infty} (nh\nu) e^{-nh\nu/kT}$$

$$\langle U \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Kosmiczne promieniowanie reliktowe - pozostałość po Wielkim Wybuchu



Promieniowanie termiczne

Wnioski:

- trzeba było „kwantować” energię oscylatorów, które wytwarzają promieniowanie aby otrzymać zależność intensywności promieniowania od częstotliwości zgodną z doświadczeniem
- Stosując teorię kwantową Planck'a można wytłumaczyć doświadczalne prawa c.d.cz. (Stefan'a-Boltzman'a, Wienn'a)*
- Rok 1900, w którym Max Planck opublikował swoją teorię kwantową uznaje się za rok narodzin fizyki współczesnej
- Planck jednak samo promieniowanie uważał nadal za falę
- Kwantowania promieniowania elektromagnetycznego dokonał 5 lat później Einstein wyjaśniając zjawisko fotoelektryczne

Promieniowanie termiczne

- Stosując teorię kwantową Planck'a można wytłumaczyć doświadczalne prawa c.d.cz. Wienn'a (licząc ekstremum funkcji u)

$$\frac{d[u(\nu, T)]}{d\nu} = 0 \quad \longrightarrow \quad \nu_{max} = \dots\dots$$

$$\frac{d[u(\lambda, T)]}{d\lambda} = 0 \quad \longrightarrow \quad \lambda_{max} = \dots\dots$$

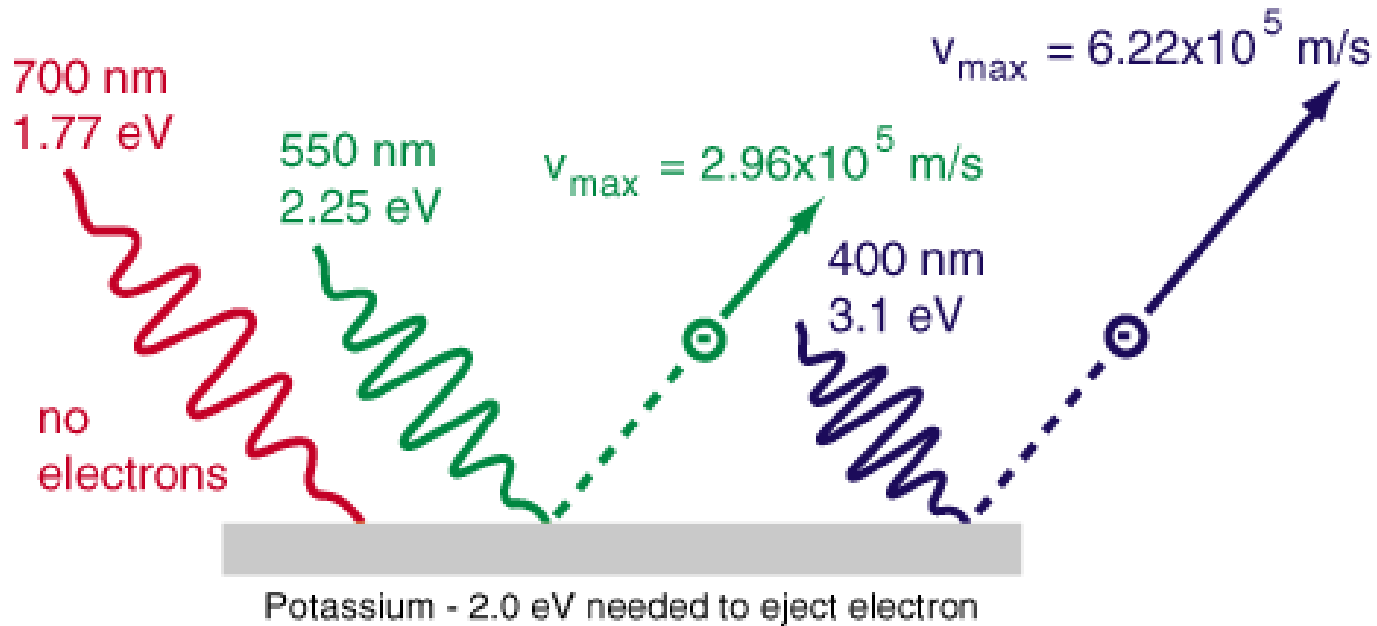
- Stefan'a-Boltzman'a (całkując u po wszystkich możliwych częstotliwościach/dł.fali

$$\int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu = \dots = \sigma T^4$$

$$\int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda = \dots = \sigma T^4$$

Efekt fotoelektryczny (rok 1905)

$$E_{\text{photon}} = h\nu$$



Photoelectric effect

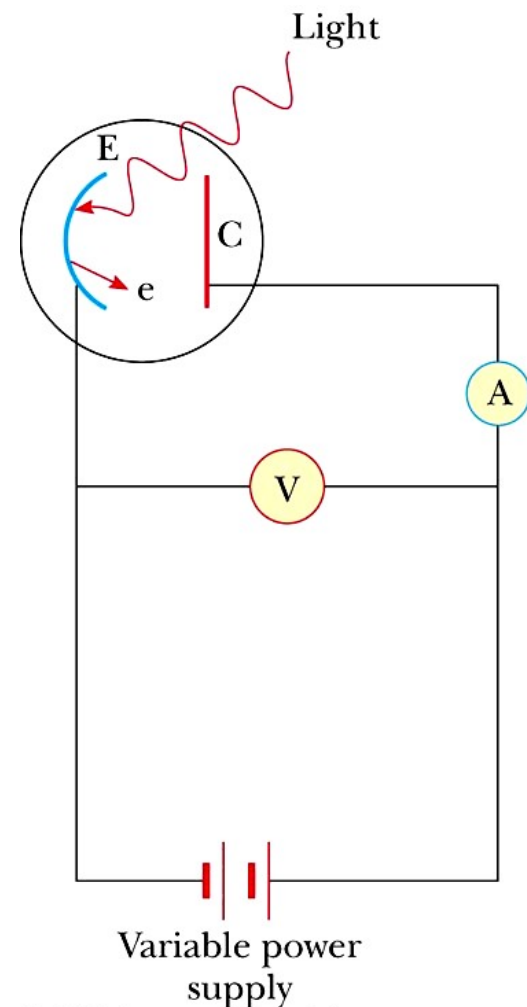
Efekt fotoelektryczny (rok 1905)

Jak działa fotokomórka:

- ◆ Kiedy światło pada na katodę E (emiter), emitowane są z niej elektrony.
- ◆ Elektrony te zbierane są na anodzie C (counter) powodując przepływ prądu

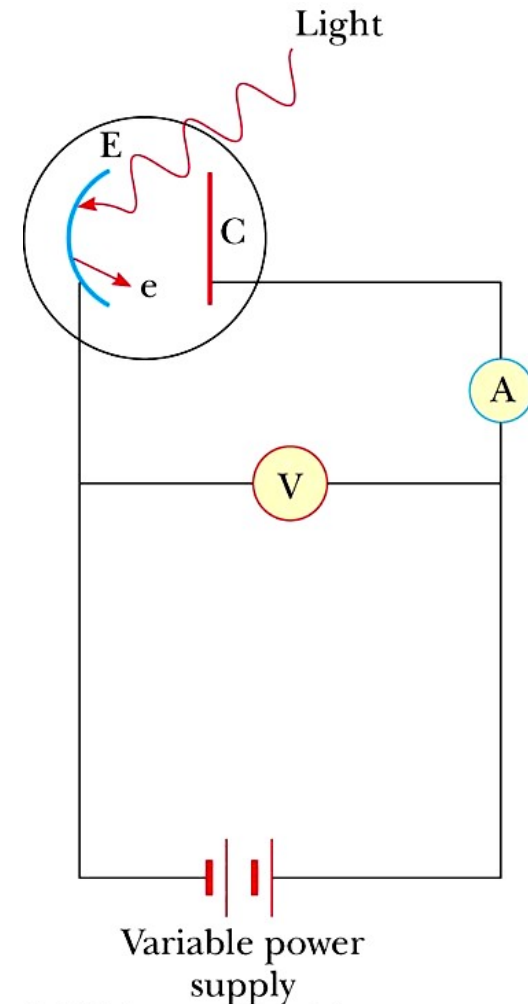
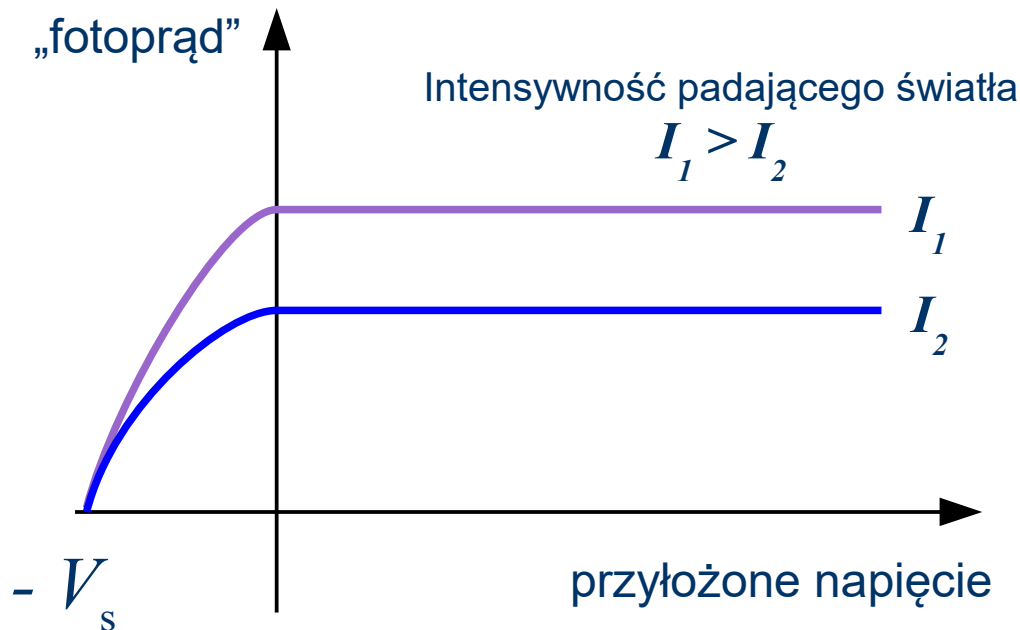
Eksperyment:

- ◆ Pomiedzy E-C podawane jest napięcie takie, aby zatrzymać wybite elektrony z E (ujemne napięcie aby prąd w obwodzie był równy 0)
- ◆ Wtedy maksymalna energia kinetyczna elektronów wybitych będzie : $E_{k \max} = e V_s$
- ◆ Gdzie V_s jest tzw. **potencjałem hamowania**



Efekt fotoelektryczny

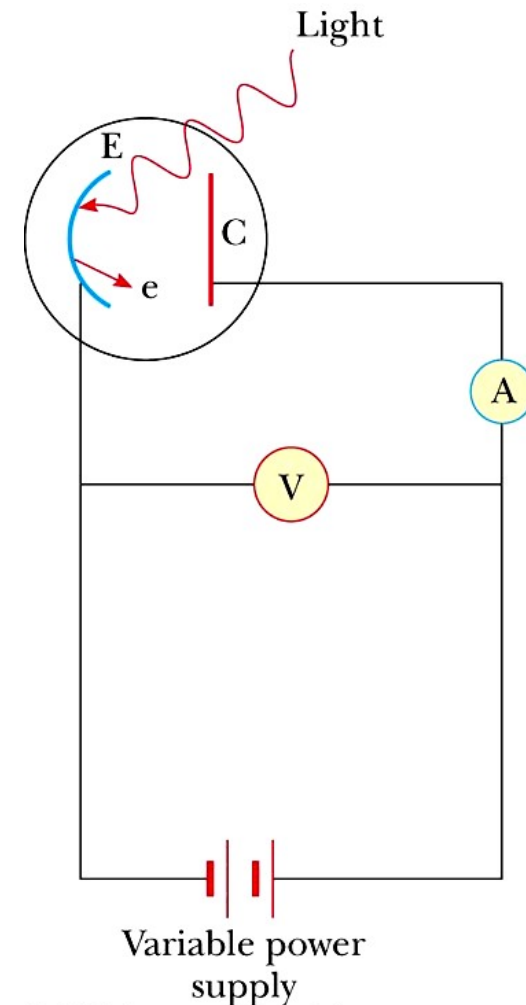
- ◆ Okazuje się że potencjał hamowania nie zależy od natężenia-intensywności padającego światła!
- ◆ Dla dodatnich napięć „fotoprąd” jest stały, bo napięcie nie ma wpływu na wybijanie elektronów z katody



Efekt fotoelektryczny

Własności, które nie mogą być wyjaśnione przez teorię klasyczną:

- ◆ Elektrony nie są emitowane jeśli częstotliwość padającego promieniowania jest niższa od *częstotliwości granicznej*
- ◆ Maksymalna energia kinetyczna fotoelektronów jest niezależna od natężenia padającego światła
- ◆ Maksymalna energia kinetyczna fotoelektronów zwiększa się wraz z większą częstotliwością promieniowania
- ◆ Elektrony są emitowane prawie natychmiast, nawet gdy natężenie promieniowania jest niskie *



Opóźnienie czasowe w modelu klasycznym

Światło o dł. fali $\lambda = 400 \text{ nm}$ i natężeniu 10^{-2} W/m^2 pada na metal – potas.

Wyznacz wg „klasycznie” opóźnienie w czasie procesu emisji elektronu z metalu. (praca wyjścia w przypadku potasu wynosi 2.22 eV).

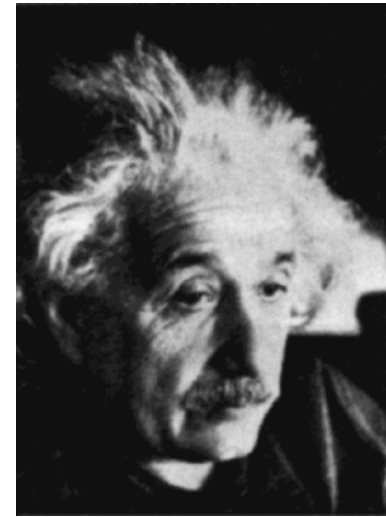
Biorąc pod uwagę że promień atomu jest rzędu $r = 10^{-10} \text{ m}$, energia padająca na atom w czasie t :

$$\begin{aligned} E &= (10^{-2} \text{ W/m}^2)(\pi r^2)t = (10^{-2} \text{ W/m}^2)(\pi 10^{-20} \text{ m}^2)t \\ &= (3.14 \times 10^{-22} \text{ J/s})t \end{aligned}$$

Przyrównując ilość energii padającej w czasie t do wartości pracy wyjścia:

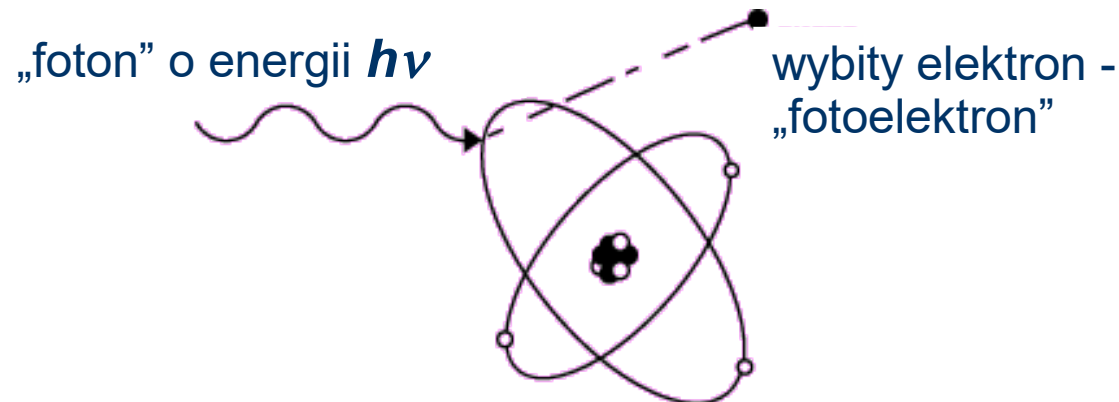
$$\begin{aligned} (3.14 \times 10^{-22} \text{ J/s})t &= (2.22 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) \\ t &= \frac{(2.22 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(3.14 \times 10^{-22} \text{ J/s})} = 1.13 \times 10^3 \text{ s} = 18.8 \text{ min} \end{aligned}$$

Efekt fotoelektryczny

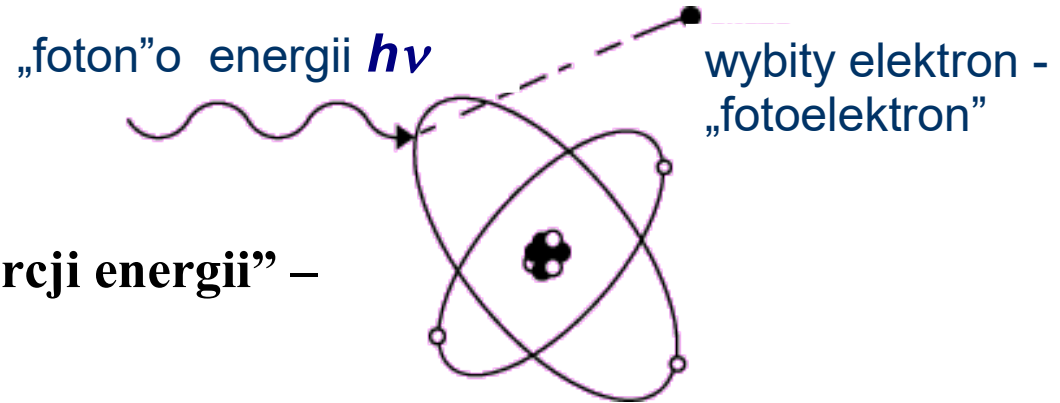


Model Einsteina zakłada, że:

- ♦ promieniowanie EM wybija elektrony
- ♦ promieniowanie EM o częstotliwości $\nu < \nu_0$ nie może wybić elektronów $\Rightarrow$ elektron e^- jest związany z atomami katody (jest bariera, musi on wykonać pracę aby się uwolnić – *praca wyjścia*)
- ♦ natężenie światła jest proporcjonalne do ilości wybitych elektronów



Efekt fotoelektryczny



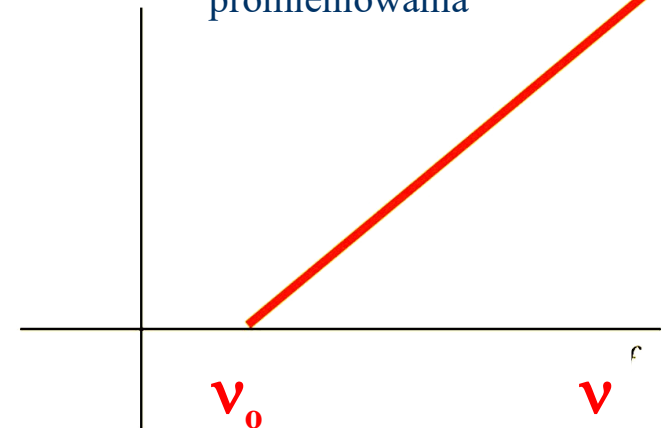
Model Einsteina wyjaśnia:

- Światło jest strumieniem „porcji energii” – fotonów
- Każdy foton ma energię $h\nu$
- Elektron jest związany z katodą energią W (praca wyjścia) którą musi pokonać aby wydostać się z katody
- Foton zderza się z elektronem, a jego energia jest

$$h\nu = E_k + W$$

- E_k – energia kinetyczna wybitego elektronu
- jeśli $h\nu < W \Rightarrow$ nie ma emisji elektronu
- Częstotliwość graniczna $\nu_0 = W/h$

Eksperyment pokazuje, że max. Energia kinetyczna elektronów rośnie liniowo z częstotliwością padającego promieniowania

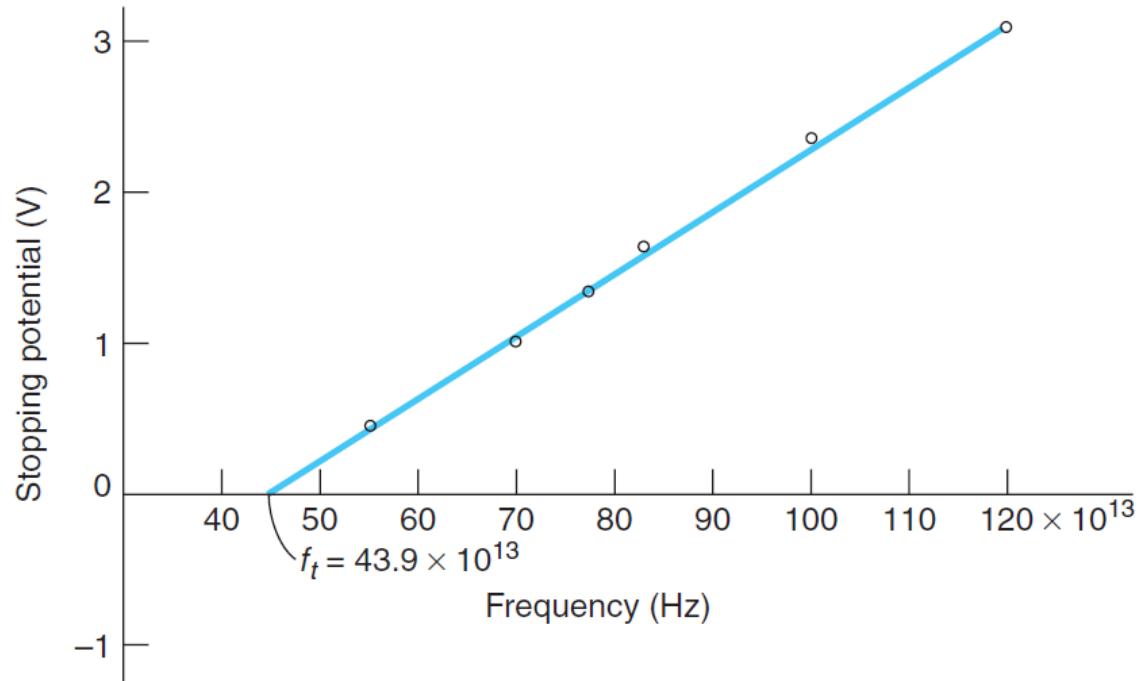


Napięcie hamowania w funkcji częstotliwości fotonów

Figure 3-10 Millikan's data for stopping potential versus frequency for the photoelectric effect. The data fall on a straight line with slope h/e , as predicted by Einstein a decade before the experiment. The intercept on the stopping potential axis is $-\phi/e$. [R. A. Millikan, *Physical Review*, 7, 362 (1915).]

Table 3-1 Photoelectric work functions

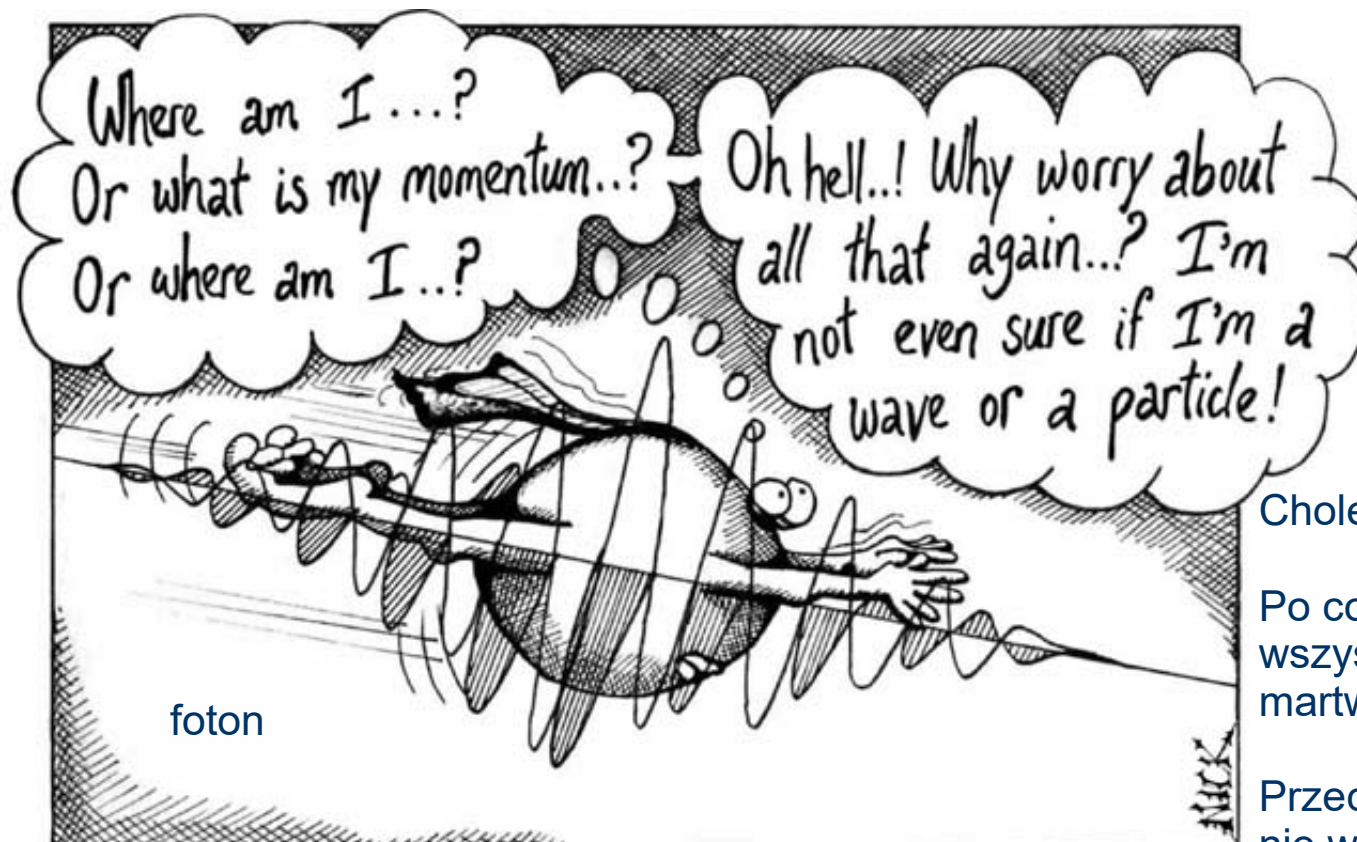
Element	Work function (eV)
Na	2.28
C	4.81
Cd	4.07
Al	4.08
Ag	4.73
Pt	6.35
Mg	3.68
Ni	5.01
Se	5.11
Pb	4.14



Czym jest foton ?

Gdzie ja
jestem...?

Jaki jest mój
pęd?



Cholera..!

Po co się tym
wszystkim
martwić?

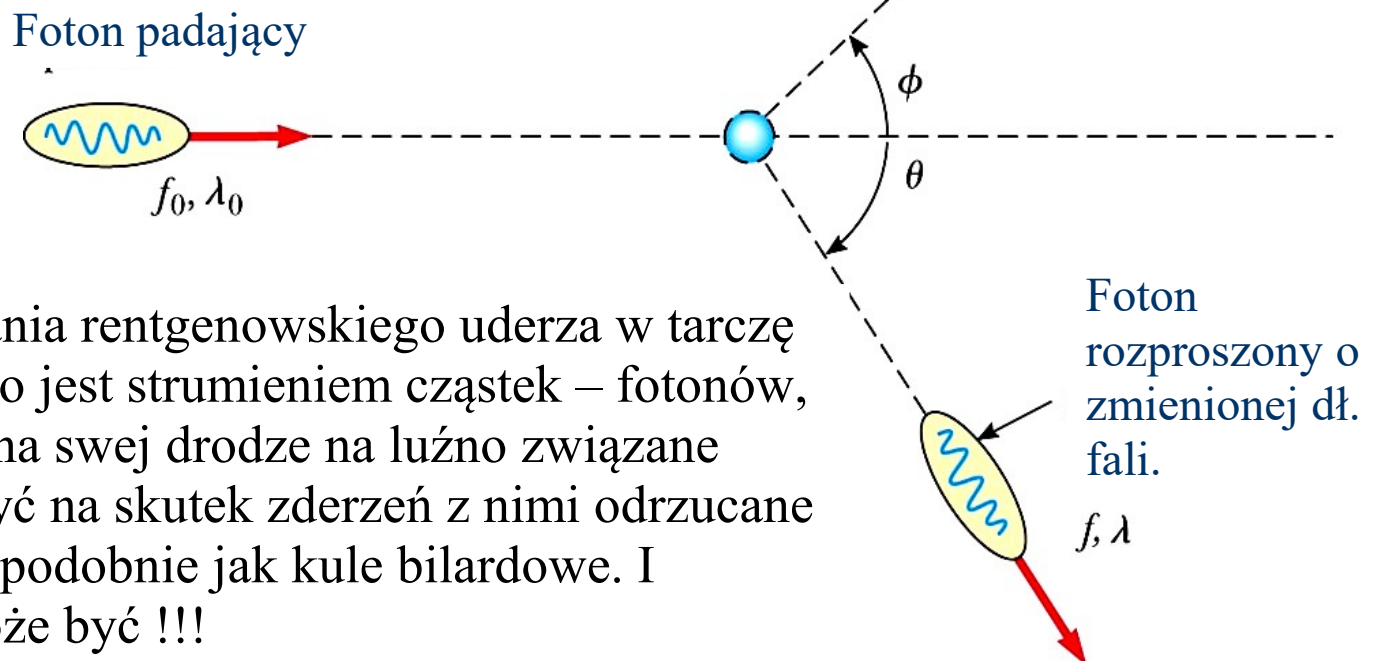
Przecież nawet
nie wiem czy
jestem falą czy
cząstką!

Jakieś wątpliwości?

Tak, wielu naukowców początku XX w. miało
wątpliwości!

Efekt Comptona (rok 1922)

Compton najpierw zrobił założenie że światło jest strumieniem cząstek, potem wykonał następujący eksperyment!



Wiązka promieniowania rentgenowskiego uderza w tarczę węglową. Jeśli światło jest strumieniem cząstek – fotonów, to fotony natrafiając na swej drodze na luźno związane elektrony powinny być na skutek zderzeń z nimi odrzucane pod różnymi kątami, podobnie jak kule bilardowe. I okazało się że tak może być !!!

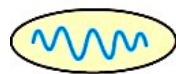
Zjawisko fotoelektryczne jest jakby szczególnym przypadkiem zjawiska Compton'a – energia fotonu jest wtedy całkowicie pochłaniana przez odbity elektron – foton wtedy znika.

Praca wyjścia elektronu z materiału (węgla) jest nieporównywalnie mała w porównaniu z energią fotonu rentgenowskiego – dlatego w obliczeniach można ją pominąć.

Efekt Comptona (rok 1922)

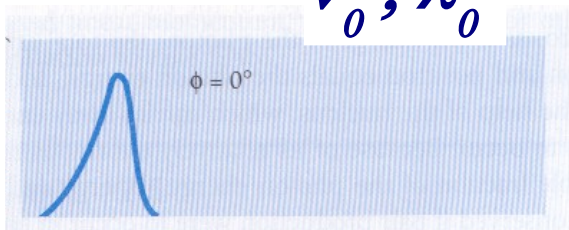
wiązka
monochromatyczna

Foton padający

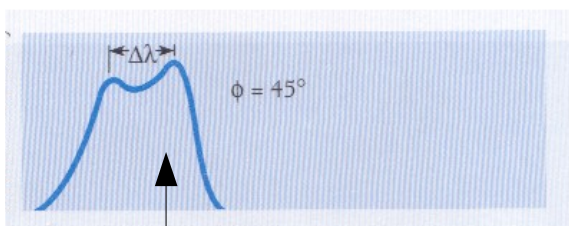


ν_0, λ_0

intensywność promieniowania

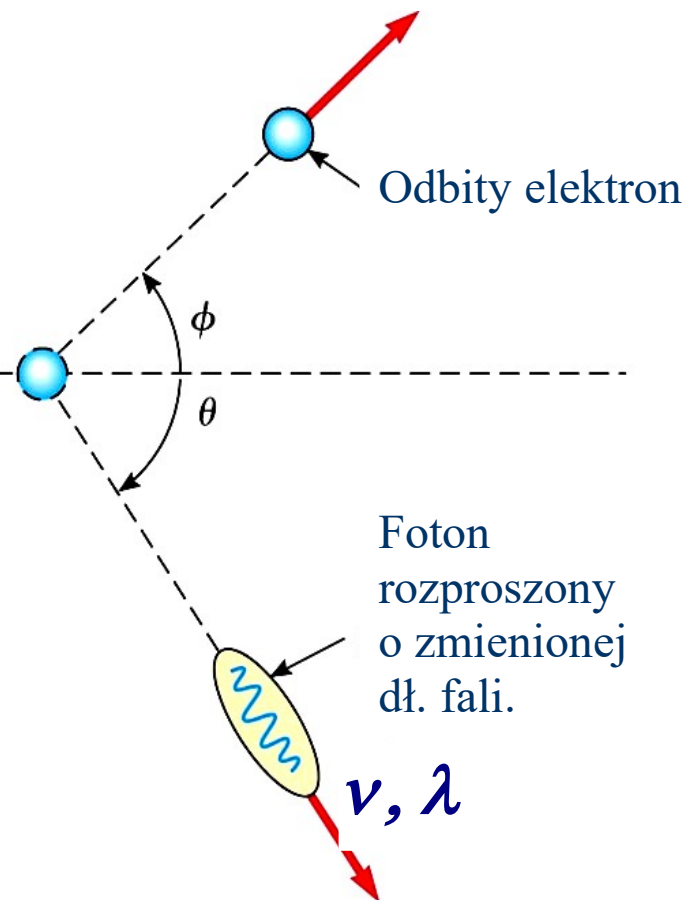


λ



λ

widać że pojawia się promieniowanie o innej długości fali! Część fotonów musiała się odbić sprężysto od elektronów i zmienić swoją energię



ta zmiana wynosi

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

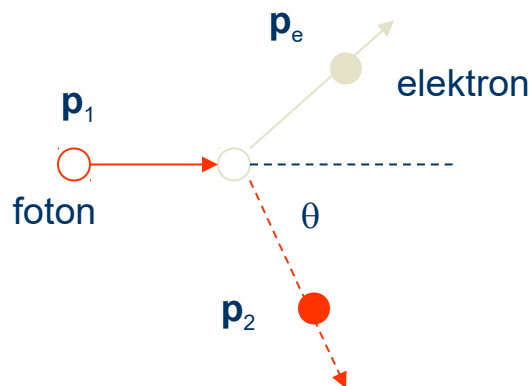
Efekt Comptona

Compton założył, że **fotony zderzają się sprężyście ze swobodnym elektronem jak cząstki** . W tym zderzeniu całkowita energia i pęd muszą być zachowane

Jeśli w tym doświadczeniu światło traktować klasycznie jak falę to :

- ◆ Padająca fala pobudzałaby do drgań elektrony
- ◆ Drgające elektrony emitowałyby promieniowanie w różnych kierunkach, ale dł. fali tego promieniowania **byłaby taka sama** jak promieniowania padającego - **jednak obserwuje się także promieniowanie o innej długości fali !!!**
- ◆ Zatem falowa koncepcja światła nie wyjaśnia zjawiska Comptona

Efekt Comptona



Zachowanie pędu

$$\vec{p}_1 + 0 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e$$

$$\vec{p}_e = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$$

$$\vec{p}_e^2 = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2$$

$$p_e^2 = p_1^2 - 2p_1 p_2 \cos \theta + p_2^2$$

Zachowanie energii

$$p_1 c + mc^2 = p_2 c + \sqrt{(mc^2)^2 + p_e^2 c^2}$$

$$(p_1 - p_2)c + mc^2 = \sqrt{(mc^2)^2 + p_e^2 c^2}$$

$$(p_1 - p_2) + mc = \sqrt{m^2 c^2 + p_e^2}$$

$$(p_1 - p_2)^2 + 2mc(p_1 - p_2) + m^2 c^2 = m^2 c^2 + p_e^2$$

$$p_1^2 - 2p_1 p_2 + p_2^2 + 2mc(p_1 - p_2) = p_e^2$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1 - \cos \theta}{mc}$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

Zmiana dł. fali (a tym samym częstotliwości i energii fotonu) po odbiciu od elektronu)

Relatywistyczny
związek między
energiami a pędem

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$$

Dla fotonu $m_0 = 0$
(nie ma masy
spoczynkowej)

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Efekt Comptona

Wielkość $h/m_e c$ jest zwana „komptonowską długością fali”

$$h/m_e c = 0.00243 \text{ nm}$$

- wielkość ta jest bardzo mała w porównaniu do dł. fali światła widzialnego, dlatego nie jest możliwe obserwowanie zjawiska Compton’a dla fal w tym zakresie długości („nakładanie się pików”).

„Przesunięcie Compton’a dł. fali” zależy od kąta rozproszenia a nie od długości fali

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Eksperyment Compton’a potwierdza zdecydowanie kwantową naturę promieniowania elektromagnetycznego !