

Elektryczne własności ciał stałych

Izolatory (w temperaturze pokojowej) – w praktyce - nie przewodzą prądu elektrycznego. Ich oporność jest b. duża. Np. diament ma oporność większą od miedzi 10^{24} razy

Metale i półprzewodniki mają bardziej subtelne różnice między sobą:

półprzewodniki mają większą oporność niż metale

w półprzewodnikach oporność **maleje** wraz z temperaturą, w metalach oporność **rośnie** wraz z temperaturą

półprzewodniki mają dużo mniejszą koncentrację nośników ładunku niż metale

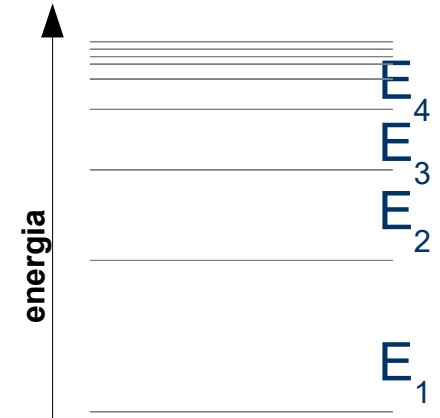
własność	jednostka	Miedź (Cu)	Krzem (Si)
		metal	półprzewodnik
oporność	$\Omega \text{ m}$	2×10^{-8}	3×10^3
temp. współ. oporności	K^{-1}	$+4 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}
koncentracja nośników	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}

Poziomy energetyczne elektronów w kryształach – model pasmowy

Poziomy energetyczne w atomach izolowanych

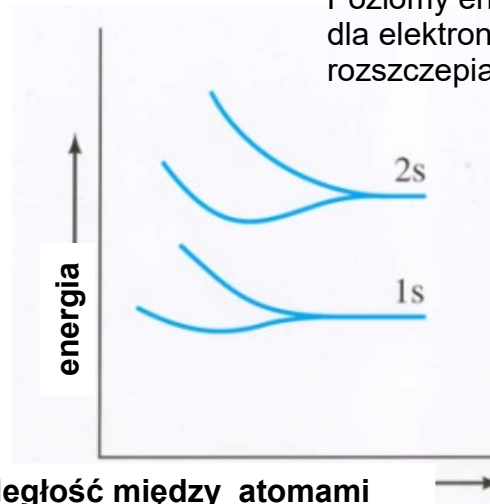
Elektron w atomie wodoru przyjmuje tylko dyskretne wartości energii zależne od liczby kwantowej n

W atomie wielo-elektronowym z uwagi na „sąsiedzką obecność” innych elektronów energia elektronu jest kantowana, ale zależy od dwóch liczb kwantowych n i l – widzimy to jako efekt „rozszczenia się” poziomów energetycznych.



(sytuacja gdy mamy jeden atom wielo-elektronowy)

Poziomy energetyczne elektronów, gdy zbliżamy dwa atomy do siebie



Poziomy energetyczne dla elektronów rozszczepiają się

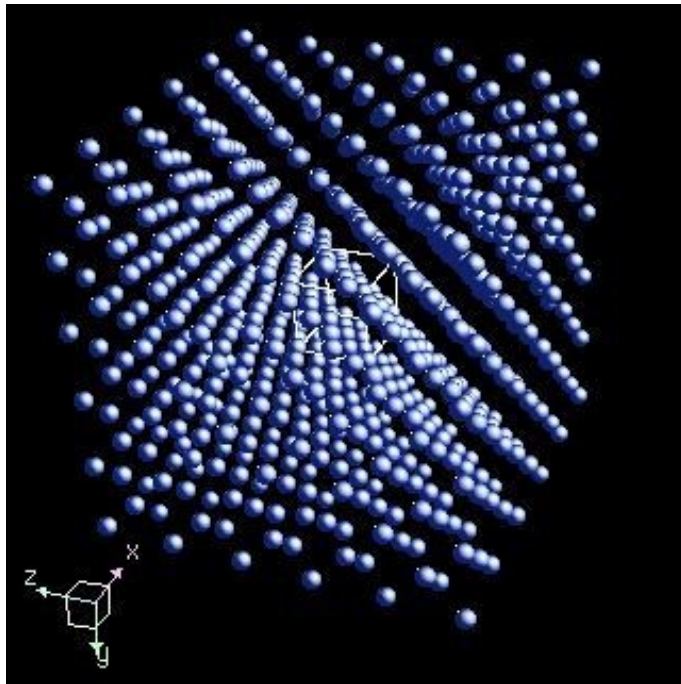
Liczba linii jest proporcjonalna do liczby atomów zbliżanych do siebie

(sytuacja gdy zbliżamy dwa atomy do siebie)

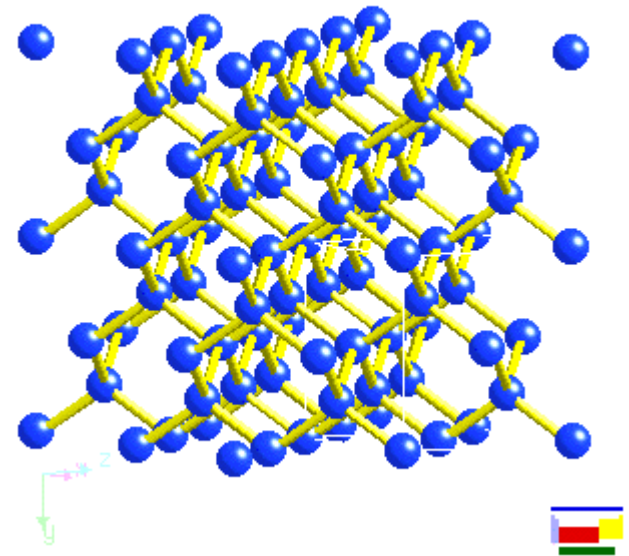
Kryształy Cu i Si

Kryształy - ciała stałe, których atomy są uporządkowane w trójwymiarowej strukturę zwaną siecią krystaliczną.

Pomiędzy atomami dochodzi do oddziaływań, które tworzą wiązania pomiędzy nimi.



Cu



Si

Teoria pasmowa ciał stałych

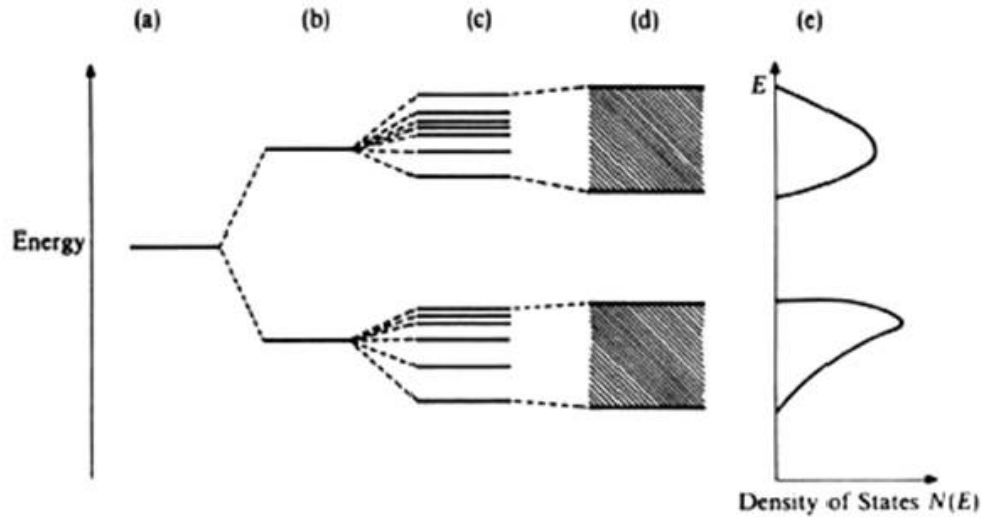
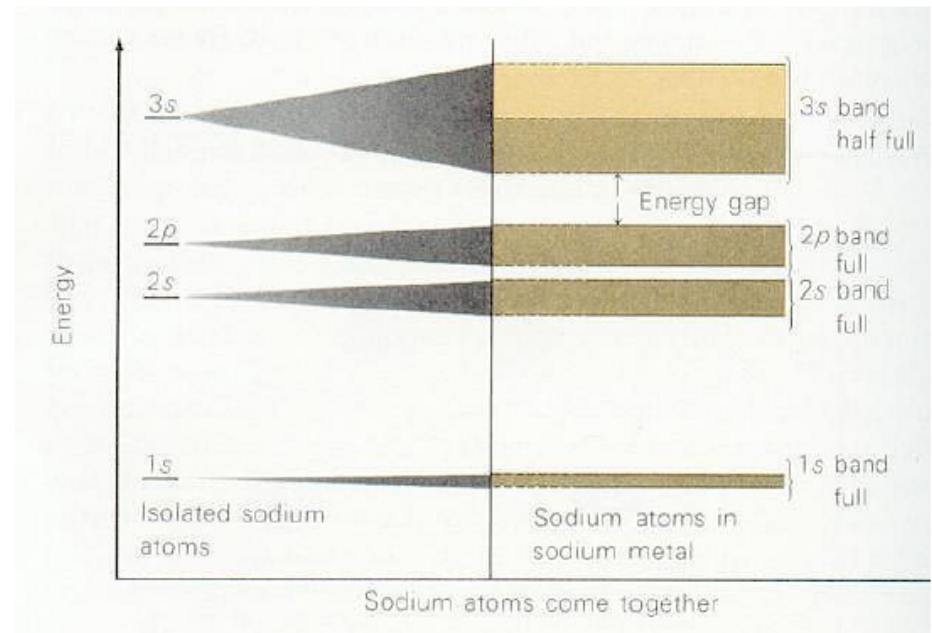
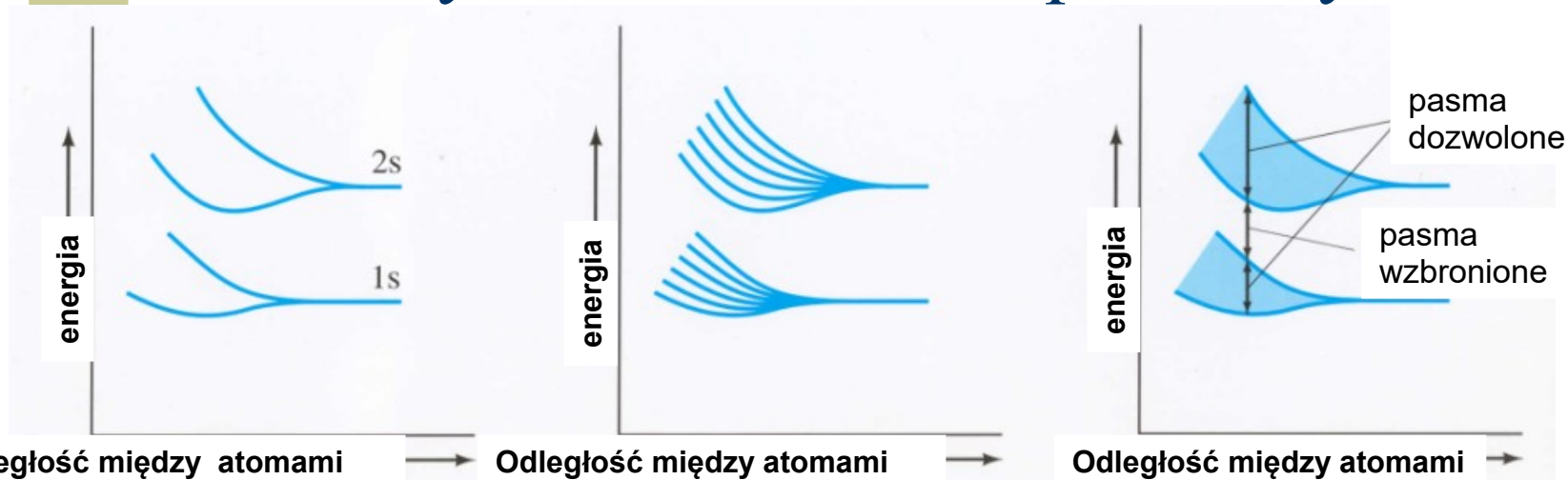


Fig. 1.7 Orbital energies of (a) atom, (b) small molecule, (c) large molecule, (d) solid, and (e) density of states corresponding to (d).

Poziomy elektronowe atomów w cząsteczkach ulegają rozszczepieniu. W kryształach zjawisko to prowadzi do wytworzenia się pasm.



Poziomy energetyczne elektronów w kryształach – model pasmowy



Jak wyglądają poziomy energetyczne elektronów w kryształach?

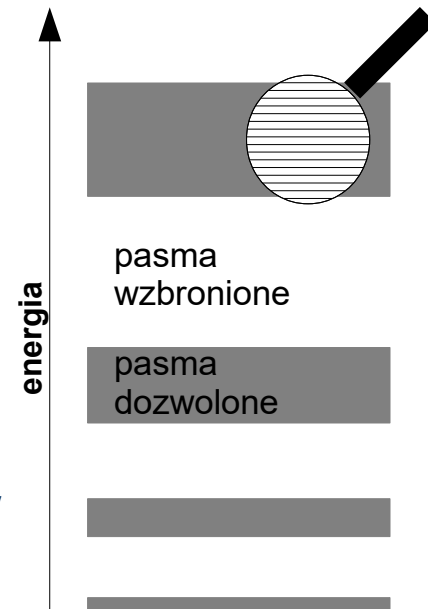
atomy są blisko siebie, oddziałują na siebie, funkcje falowe elektronów przekładają się wzajemnie

obowiązuje zakaz Pauliego dla elektronów, (nie mogą one być w tych samych stanach kwantowych), musi więc dojść do zmian w sposobie rozłożenia energii elektronów

okazuje się że poziomy energetyczne ulegają dalszemu rozszczepianiu się

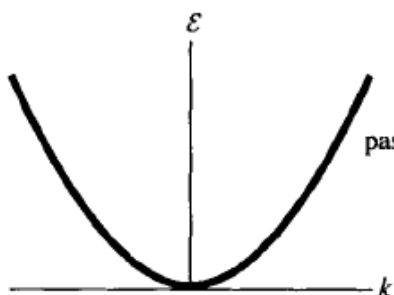
poziomów tych energetycznych jest bardzo dużo - odległości między nimi są jednak bardzo małe - tworzą więc one **pasma dozwolone** dla elektronów. (Ilość poziomów w jednym paśmie jest równa ilości atomów w kryształach)

między pasmami są jednak wartości energii zabronione dla elektronów w kryształach – są tzw. **pasma wzbronione**

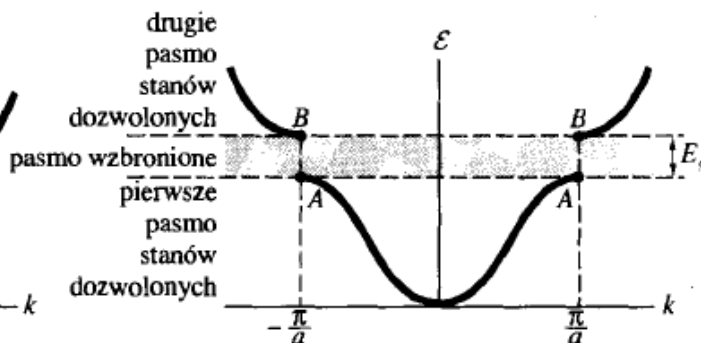


Model prawie swobodnych elektronów

Energia elektronu swobodnego

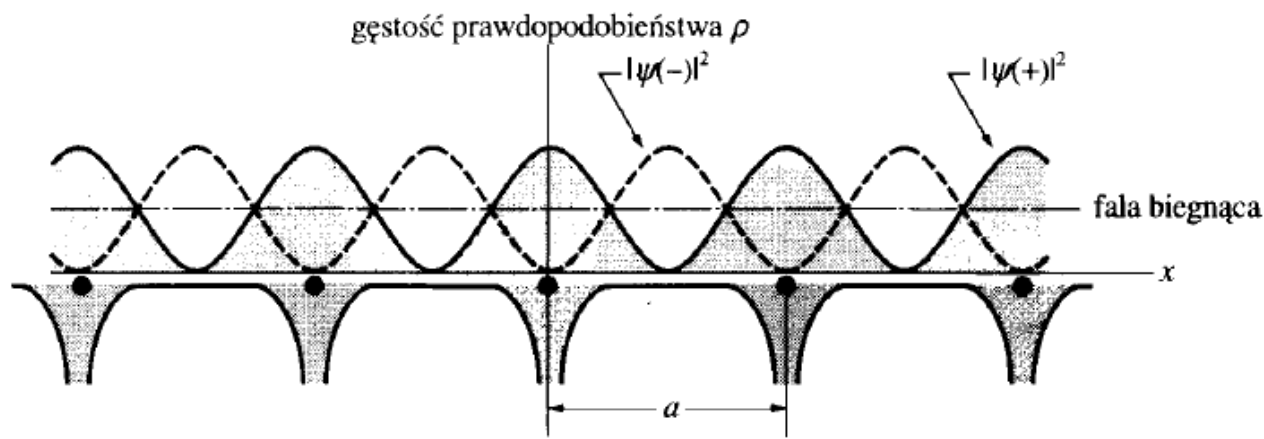


$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Energia elektronu w kryształcie jednowymiarowym o stałej sieci a

Powstawanie fal stojących, gdy spełniony jest warunek Bragga odbicia funkcji falowej elektronu od struktury periodycznej kryształu.



Fale stojące:

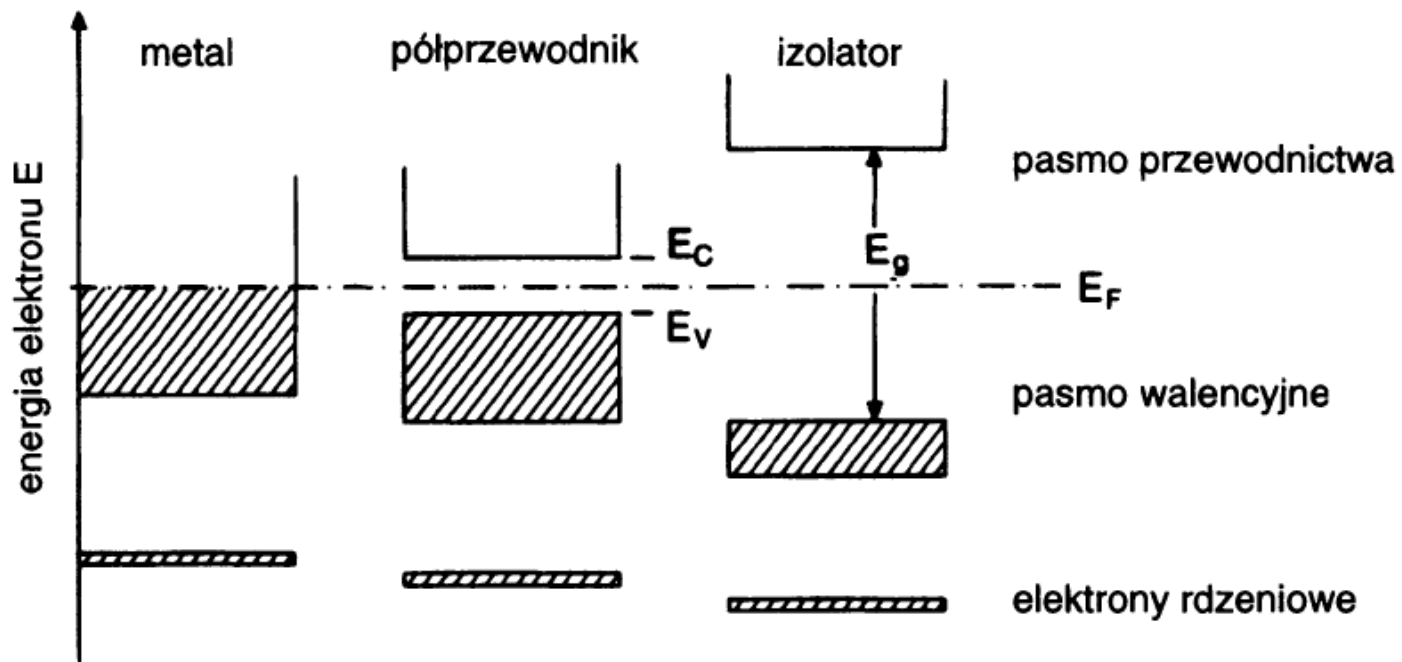
$$\psi(+)\propto\cos(\pi x/a)$$

$$\psi(-)\propto\sin(\pi x/a)$$

Energia potencjalna elektronu w liniowej sieci rdzeni jonowych

$\psi(+)$ – elektrony skupione w pobliżu rdzeni jonów – obniżenie energii potencjalnej

$\psi(-)$ – elektrony skupione pomiędzy jonami – zwiększenie energii potencjalnej



Rys. 12.1. Schemat poziomów energetycznych w metalu, półprzewodniku i izolatorze. Metale mają częściowo wypełnione pasmo (zakreskowane) nawet w temperaturze $T = 0$ K. W półprzewodnikach i izolatorach poziom Fermiego leży pomiędzy wypełnionym pasmem walencyjnym i pustym pasmem przewodnictwa

Izolatory

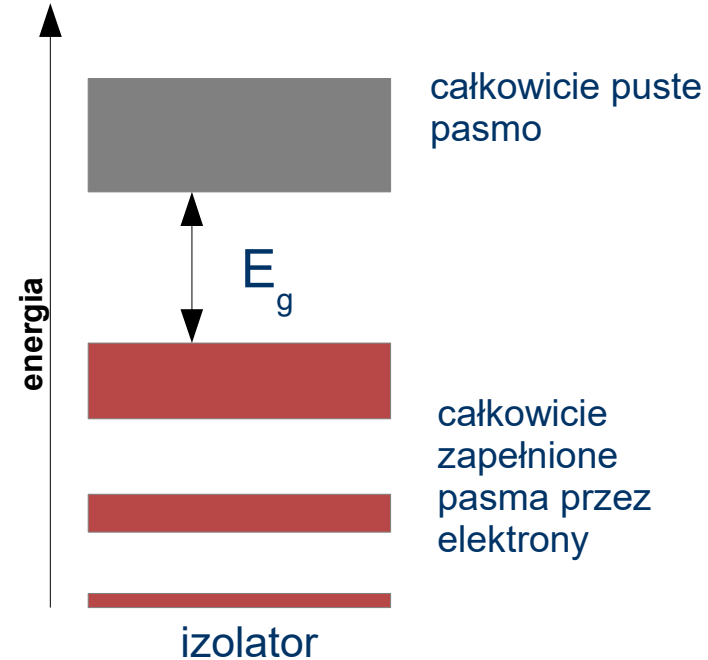
Brak przepływu prądu elektrycznego gdy do przewodnika przykładamy napięcie

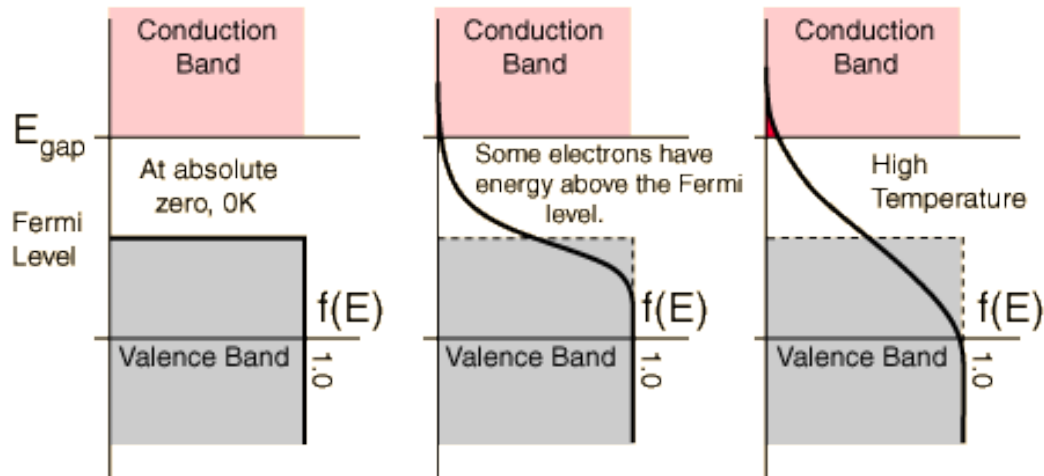
Dla izolatora pasma energetyczne elektronów są całkowicie obsadzone (oprócz ostatniego)

aby mógł nastąpić przepływ prądu część „wolnych” elektronów musiałaby zwiększyć swoją energię – jest to niemożliwe gdyż wszystkie poziomy obok są zajęte!

Przerwa energetyczna pomiędzy ostatnimi pasmami jest duża (rzędu 3 - 5 eV)

Istnieje b.małe prawdopodobieństwo, że elektron przeskoczy na wyższy poziom (do pasma przewodnictwa, gdzie mógłby stać się elektronem przewodnictwa w częściowo zapełnionym paśmie)





No electrons can be above the valence band at 0K, since none have energy above the Fermi level and there are no available energy states in the band gap.

At high temperatures, some electrons can reach the conduction band and contribute to electric current.

Przykład: jakie jest prawdopodobieństwo przeskoku termicznego dla elektronu w temperaturze 300K do pasma przewodnictwa w diamencie (przerwa energetyczna 5.5 eV).

Rozkład Boltzmana mówi nam, że :

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-\frac{(E_x - E_0)}{kT}}$$

$$\frac{-(E_x - E_0)}{kT} = -\frac{E_g}{kT} = \frac{5.5 \text{ V}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K})} = -213$$

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-213} \approx 3 \times 10^{-93}$$

Uwaga! Zamiast rozkładu Boltzmana powinniśmy użyć funkcji rozkładu Fermiego-Diraca (to są przecież elektrony), ale są to szacunkowe obliczenia, ponadto w przypadku izolatorów i półprzewodników rozkład ten może być tutaj przybliżony do rozkładu Boltzmana.

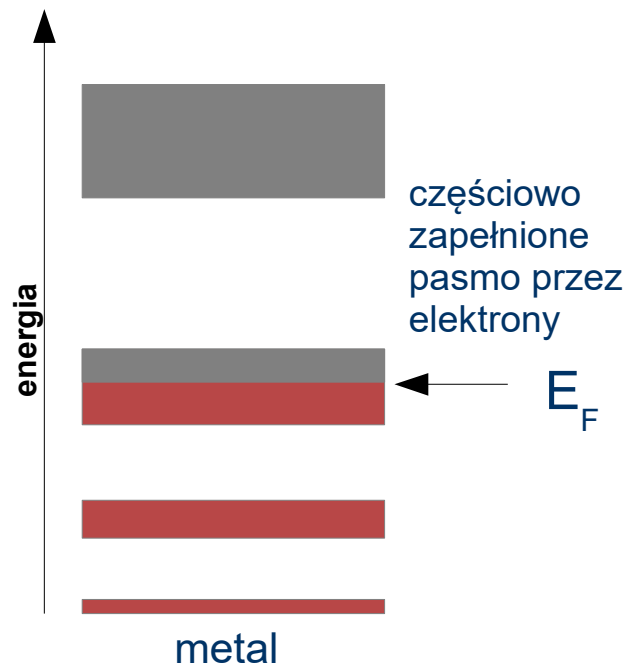
Metale

Przepływu prądu elektrycznego pojawia się wtedy, gdy do przewodnika przykładamy napięcie. Ruch swobodnych ładunków elektrycznych w przewodniku powoduje przepływ prądu

Część elektronów jest w stanie poruszać się swobodnie w przewodniku-metalu (są tzw. elektrony przewodnictwa) – są to elektrony zwykle z zewnętrznych powłok atomów, dość luźno związane z tymi atomami.

W metalach elektrony nie wypełniają całkowicie ostatniego poziomu – istnieje możliwość że elektrony mogą zwiększać swoją energię przechodząc na bliskie wyższe poziomy w paśmie – dając w ten sposób przyczynek do przepływu prądu elektrycznego

W temp. $T = 0 \text{ K}$ elektrony obsadzają możliwie najniższe poziomy energetyczne. Wtedy ich max. energia nazywana jest **poziomem Fermiego**



Przewodnictwo elektryczne metali „klasycznie” - gaz swobodnych elektronów

Patrz: uzupełnienie na końcu wykładu

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m_e}$$

przewodność

lub

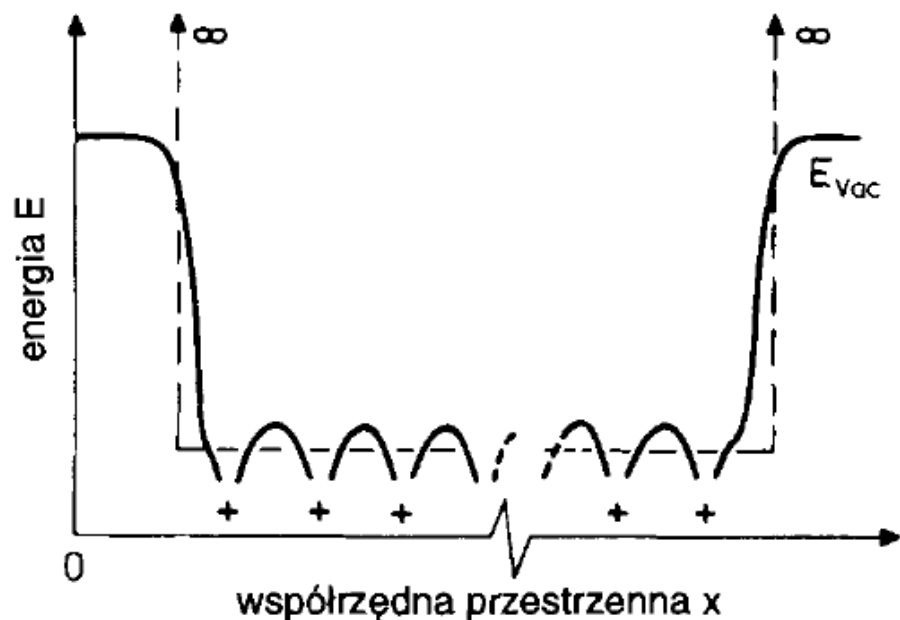
$$\rho = \frac{m_e}{e^2 n \tau} = \frac{m_e v_{sr}}{e^2 n \lambda}$$

oporność właściwa

- τ określa średni czas między zderzeniami elektronów z siecią krystaliczną ($\tau = \lambda / v_{sr}$)
- λ określa średnią „drogą swobodną”, v_{sr} prędkość średnią elektronów
- Wielkości e , n , m_e , τ nie zależą od przyłożonego pola elektrycznego E
- Parametr τ zależy od temperatury – w klasycznej teorii gazów jest proporcjonalny do $1/\sqrt{T}$
- Doświadczalnie σ jest proporcjonalne do odwrotności temperatury $1/T$
- Tą nieścisłość wyjaśnia dopiero mechanika kwantowa, zatem klasyczny model gazu doskonałego jest niewystarczający

$$\begin{aligned} \longrightarrow & \sigma \sim \frac{1}{\sqrt{T}} \\ \longrightarrow & \sigma \sim \frac{1}{T} \end{aligned}$$

Model elektronów „swobodnych” w metalu



Rys. 6.1. Jakościowa postać potencjału dla elektronu w sieci periodycznej złożonej z dodatnio naładowanych rdzeni (+). Poziom próżni E_{vac} jest poziomem, na który musi zostać wzbudzony elektron, aby opuścić kryształ i uciec w nieskończoność. Najprostszym przybliżeniem do opisu tego układu jest prostokątne studnia potencjału (- - -) o nieskończenie wysokich ścianach na powierzchni kryształu

Nieskończenie głęboka studnia potencjału – sześciennie pudło o boku L

$$\Psi(x, y, z) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$$
$$k_x = \frac{\pi}{L} n_x, k_y = \frac{\pi}{L} n_y, k_z = \frac{\pi}{L} n_z, \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots$$
$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

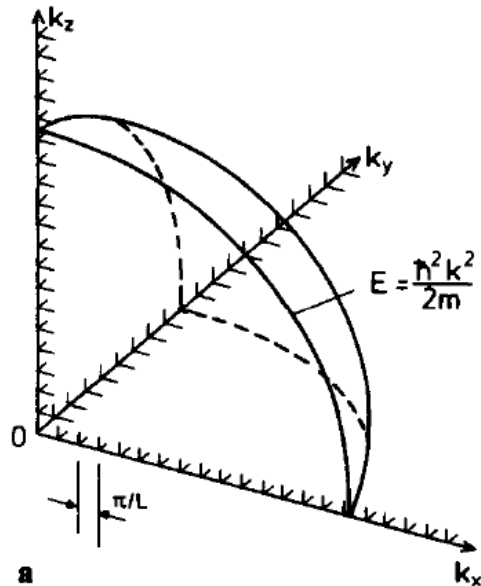
Jak policzyć gęstość stanów?

Zależność energii od pędu lub od wektora falowego

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

Stanom elektronów o wartości energii E odpowiadają punkty na powierzchni sfery o promieniu k .

Należy policzyć ile ich jest.



Fale stojące - warunki brzegowe: znikanie funkcji falowej na brzegach sześcienniej kostki o objętości L^3 . W przestrzeni wektora falowego \mathbf{k} reprezentowane są przez punkty, których współrzędne k_x, k_y, k_z są dodatnią wielokrotnością π/L .

Skokowa wartość wektora falowego w kier. x :

$$\pi/L \quad \longrightarrow$$

Skokowa wartość pędu w kier. x:

$$\pi\hbar/L = h/(2L)$$

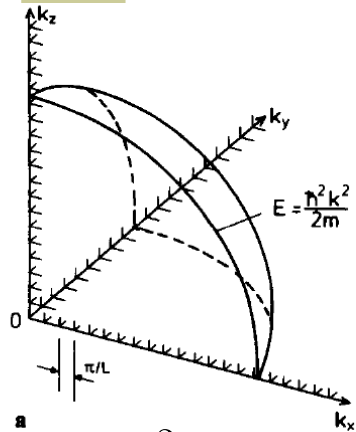
Objętość elementarnej komórki wektora falowego w kier. x :

$$(\pi/L)^3 \quad \longrightarrow$$

Objętość elementarnej komórki w przestrzeni pędów :

$$(h/(2L))^3 = h^3/(8L^3)$$

Jak policzyć gęstość stanów?



$$E = \frac{p^2}{2m},$$

$$p = \sqrt{2Em},$$

$$dp = m \frac{dE}{\sqrt{2mE}}$$

Liczbę komórek, czyli liczbę stanów o danej wartości pędu, na jednostkę objętości można policzyć:

$$D(p)dp = \frac{\frac{1}{8} 4\pi p^2 dp}{\frac{h^3}{8}}$$

wycinek sfery o promieniu p o grubości dp

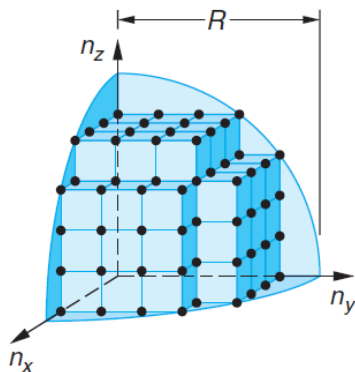
objętość jednostkowej komórki (na razie L przyjmujemy = 1)

Liczba komórek, czyli liczbę stanów o danej wartości energii na jednostkę objętości można policzyć:

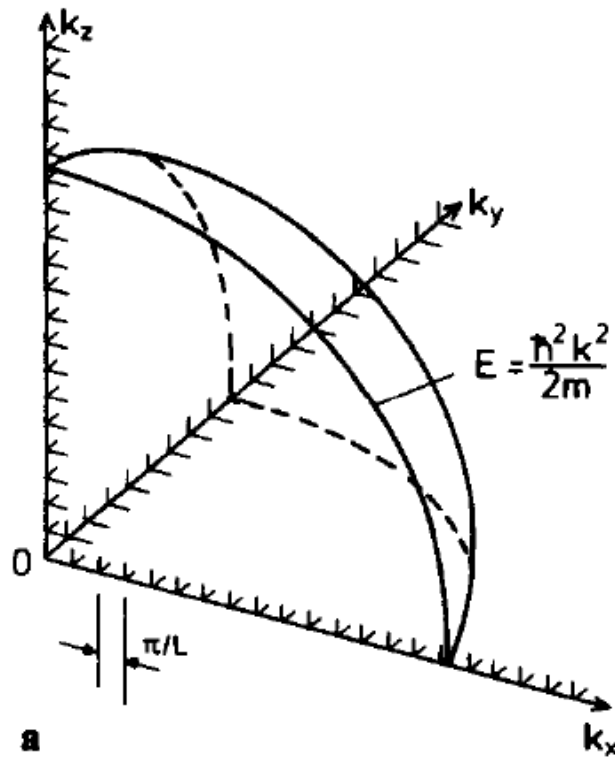
$$D(E)dE = \frac{4\pi(2Em) m dE}{\sqrt{2Em} h^3} = \frac{\pi 2^{\frac{5}{2}} m^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} dE}{h^3}$$

Podwajamy liczbę stanów uwzględniając spiny elektronów i otrzymujemy:

$$D(E)dE = \frac{(2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} dE}{2\pi^2 \hbar^3}$$



Stany elektronu w nieskończenie głębokiej trójwymiarowej studni potencjału - dozwolone wartości wektora falowego \mathbf{k}



Fale stojące - warunki brzegowe: znikanie funkcji falowej na brzegach sześciiennej kostki o objętości L^3 . W przestrzeni wektora falowego \mathbf{k} reprezentowane są przez punkty, których współrzędne k_x, k_y, k_z są dodatnią wielokrotnością π/L .

Gęstość stanów elektronu na jednostkę objętości kryształu

$$D(E)dE = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} E^{1/2} dE$$

Liczba elektronów walencyjnych na jednostkę objętości jest równa liczbie stanów o energii od 0 do energii Fermiego E_F

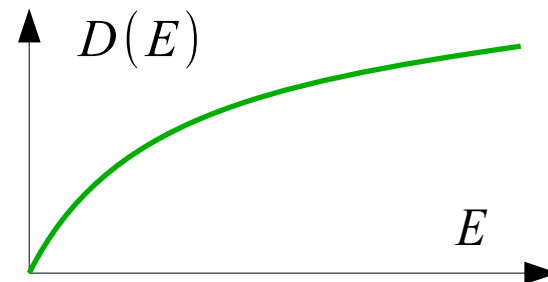
$$n = \int_0^{E_F} D(E)dE = \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} E_F^{3/2}$$

W temperaturze zera bezwzględnej $T=0$ K energia Fermiego (potencjał chemiczny elektronów) jest

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

Jak są obsadzone stany energetyczne w metalach?

$$D(E)dE = \frac{(2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} dE}{2\pi^2 \hbar^3}$$



To wrażenie otrzymuje się na gruncie fizyki kwantowej (licząc liczbę możliwych fal stojących materii dla elektronów w próbce metalu)

Jakie jest prawdopodobieństwo że elektron ma energię E ?

Trzeba brać pod uwagę, to że elektrony muszą spełniać zasadę Pauliego – nie mogą być jednocześnie w tym samym stanie kwantowym

Rozkład elektronów względem wartości energii podlega statystyce Fermiego-Dirac'a:

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

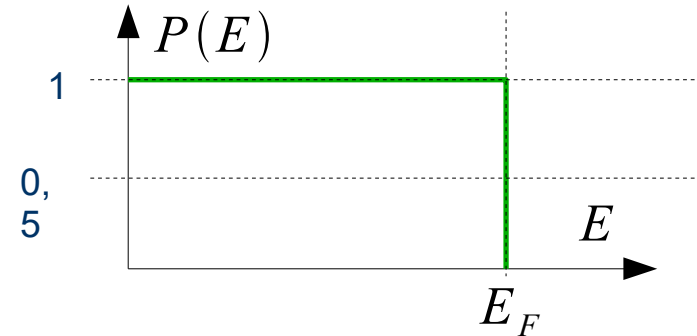
Rozkład Fermiego-Dirac'a elektronów

Jakie jest prawdopodobieństwo że elektron ma energię E ?

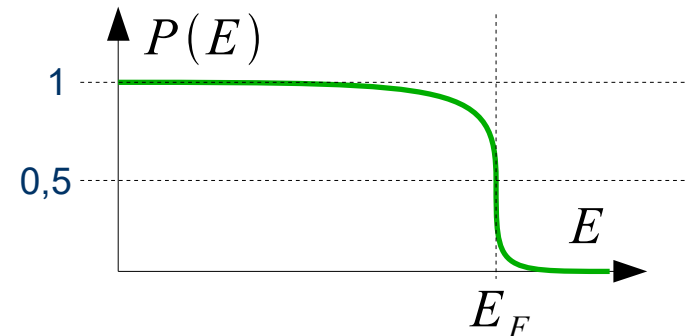
$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Energia Fermiego E_F jest energią takiego stanu elektronu ,którego prawdopodobieństwo obsadzenia jest równe 0.5

gdy $T = 0$



gdy $T > 0$

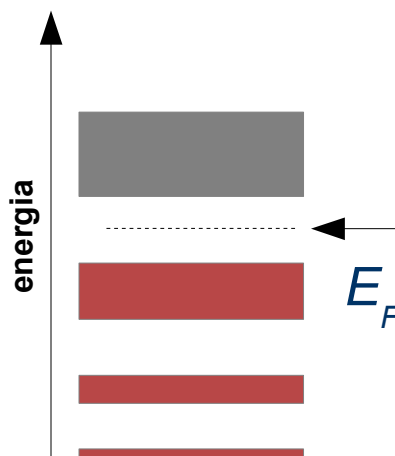
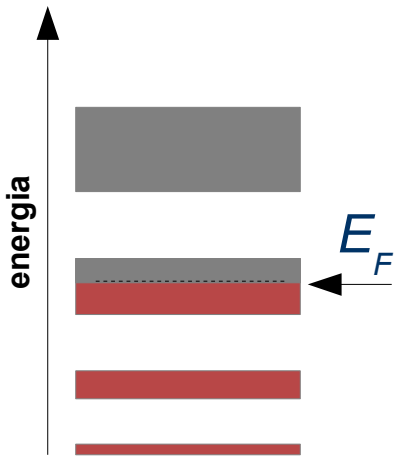


Zajętość stanów energii elektronów

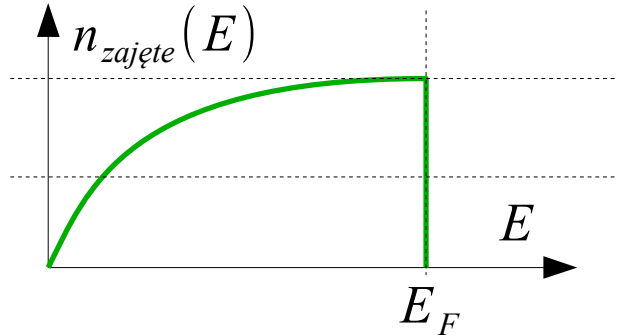
Ile stanów o energii E jest zajęte ?

$$n_{zajęte}(E) = P(E) D(E)$$

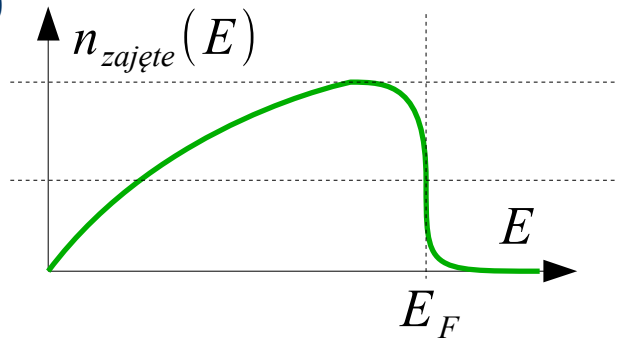
Dla metali energia (poziom) Fermiego przypada w obrębie pasma dozwolonego



gdy $T = 0$



gdy $T > 0$



Dla izolatorów energia (poziom) Fermiego przypada w obrębie pasma wzbronionego

Energia Fermiego dla metali

Table 10-3 Free-electron number densities, Fermi energies, and Fermi temperatures for selected elements

Element	$N/V (\times 10^{28} \text{ m}^{-3})$	Fermi energy (eV)	Fermi temperature ($\times 10^4 \text{ K}$)
Al	18.1	11.7	13.6
Ag	5.86	5.53	6.41
Au	5.90	5.55	6.43
Cu	8.47	7.06	8.19
Fe	17.0	11.2	13.0
K	1.40	2.13	2.47
Li	4.70	4.77	5.53
Mg	8.61	7.14	8.28
Mn	16.5	11.0	12.8
Na	2.65	3.26	3.78
Sn	14.8	10.3	11.9
Zn	13.2	9.50	11.0

Energia Fermiego w temperaturze $T=0\text{K}$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

Temperatura Fermiego:

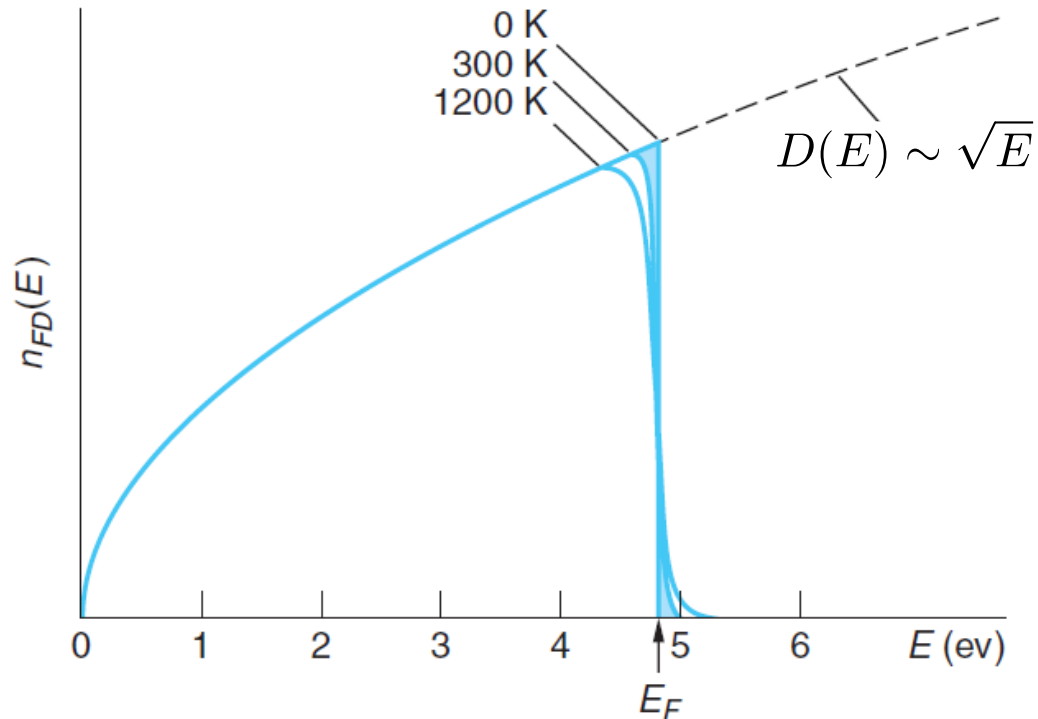
$$E_F = kT_F$$

Dla temperatur dużo mniejszych od temp. Fermiego rozkład energii elektronów przewodnictwa niewiele różni się od tego w $T=0\text{K}$

Średnia energia elektronów w temperaturze $T=0\text{K}$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{E_F} E n(E) dE = \frac{3}{2} E_F^{-3/2} \int_0^{E_F} E^{3/2} dE = \frac{3}{5} E_F$$

Rozkład energii elektronów w metalach



Dla temperatur dużo mniejszych od temp. Fermiego rozkład energii elektronów przewodnictwa niewiele różni się od tego w $T=0K$.

PRZYKŁAD 10.6. Energia Fermiego i temperatura Fermiego dla srebra. Obliczmy (a) energię Fermiego i (b) temperaturę Fermiego dla srebra w temperaturze 0 K.

ROZWIĄZANIE

Gęstość srebra wynosi $10,50 \text{ g/cm}^3$, a jego masa molowa $107,9 \text{ g/mol}$. Jeżeli każdy atom srebra dostarcza do gazu Fermiego jeden elektron, to koncentrację elektronów można obliczyć następująco

$$\begin{aligned}\frac{N}{V} &= (10,50 \text{ g/cm}^3)(1/107,9 \text{ g/mol})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ elektronów/mol}) \\ &= 5,86 \cdot 10^{22} \text{ elektronów/cm}^3 = 5,86 \cdot 10^{28} \text{ elektronów/m}^3\end{aligned}$$

co zgadza się z wartością podaną w tabeli 10.3.

(a) Wartość energii Fermiego obliczamy ze wzoru 10.20

$$\begin{aligned}E_F &= \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{2(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})} \left(\frac{3 \cdot 5,86 \cdot 10^{28}}{8\pi} \right)^{2/3} \\ &= 8,84 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,53 \text{ eV}\end{aligned}$$

i jest ona zgodna z wartością podaną dla srebra w tabeli 10.3.

(b) Temperatura Fermiego jest odpowiednio równa

$$T_F = \frac{E_F}{k} = \frac{8,84 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}} = 6,41 \cdot 10^4 \text{ K}$$

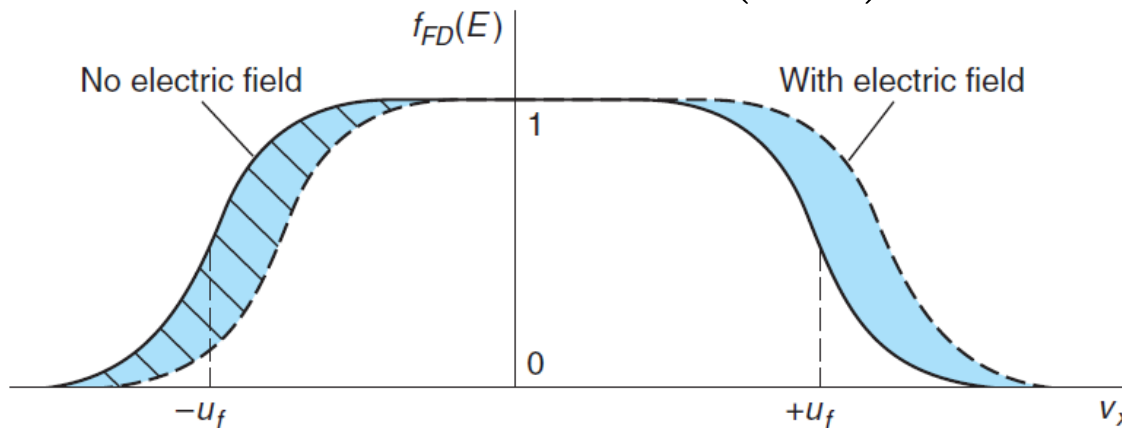
i ponownie otrzymaliśmy wynik zgodny z tabelą 10.3.

Przewodnictwo elektryczne metali „kwantowo”

Przyłożone pole elektryczne przyspiesza wszystkie elektrony.

„Prędkość Fermiego”

$$u_F = \left(\frac{2E_F}{m_e} \right)^{1/2}$$



Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o energii E , w zależności od prędkości v dla przypadku jednowymiarowego bez pola elektrycznego i z polem elektrycznym w kierunku $+x$. Różnicę zaznaczono z dużą przesadą

Chociaż wzrasta prędkość wszystkich elektronów wypadkowy efekt jest taki jakby zmieniła się prędkość tylko elektronów w pobliżu poziomu Fermiego

Nadal możemy używać wzorów klasycznych, ale średnią prędkość elektronów $\langle u \rangle$ zastępujemy prędkością Fermiego.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e u_F}{n e^2 \lambda}$$

oporność właściwa ————— masa el. ————— prędkość Fermiego
 —————
 przewodność ————— koncentracja el. ————— średnia droga swobodna

PRZYKŁAD 10.7. Prędkość Fermiego w glinie (Al). Obliczmy prędkość Fermiego dla elektronów w glinie.

ROZWIĄZANIE

Z tabeli 10.3 odczytujemy wartość energii Fermiego dla glinu $E_F = 11,7 \text{ eV}$. Stąd

$$u_F(\text{Al}) = \left(\frac{2 \cdot 11,7 \text{ eV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \right)^{1/2} = 2,03 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Mechanizm oporu elektrycznego metali

Problem z wartościami liczbowymi:

- Model klasyczny sugeruje, biorąc pod uwagę średnie wartości prędkości elektronów, że wartość przewodności (odwrotność oporu) jest mniejsza (np.. dla miedzi 7 razy) od tego uzyskiwanego w pomiarach...
- Zastosowanie prędkości Fermiego u_F (która dla miedzi jest w przybliżeniu 19 razy większa niż średnia prędkość elektronów) też nie rozwiązuje tej zagadki...
- Rozwiązanie tkwi w sposobie liczenia drogi swobodnej λ elektronów – trzeba uwzględnić **falową naturę elektronów**:

Zderzenia elektronów z jonami sieci **nie** przypominają zderzenia piłki z pniem drzewa – **trzeba traktować to jak dyfrakcję fali w sieci równoległych od siebie jonów.**

Jeżeli długość fali jest duża w porównaniu z odległościami między jonami to dyfrakcji się nie obserwuje

- Przyczyną rozpraszania fal elektronowych są niedoskonałości sieci krystalicznej, (np. cieplne drgania sieci, domieszki, dyslokacje sieci, itp.)

Zależność oporu od temperatury

oporność właściwa

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e u_F}{n e^2 \lambda}$$

przewodność

masa el.

prędkość Fermiego

koncentracja el.

średnia droga swobodna

- u_F nie zależy od temperatury (w dobrym przybliżeniu), przewodność zatem głównie zależy od temperatury poprzez zależność drogi swobodnej λ od temperatury

- Średnia droga swobodna zależy odwrotnie proporcjonalnie od „przekroju czynnego” jonów na rozpraszanie elektronów – przekrój ten zależy od intensywności drgań cieplnych – drgania cieplne są proporcjonalne do kT .

$$\lambda = \frac{1}{n\pi r^2} \sim \frac{1}{T} \quad \longrightarrow \quad \sigma \sim \frac{1}{T}$$

Model gazu elektronów swobodnych poprawnie opisuje przewodnictwo elektryczne metali, jeśli tylko wyznaczoną klasycznie prędkość zastąpimy prędkością Fermiego u_F a zderzenie będziemy opisywać jako dyfrakcję fal elektronowych, która zachodzi tylko wtedy, gdy położenie jonów odbiega od sieci doskonałej.

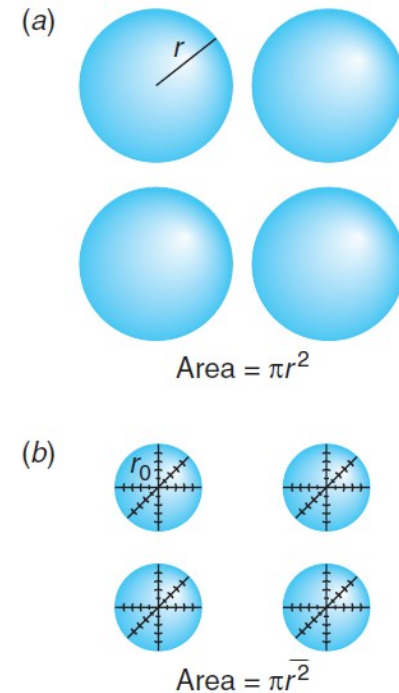


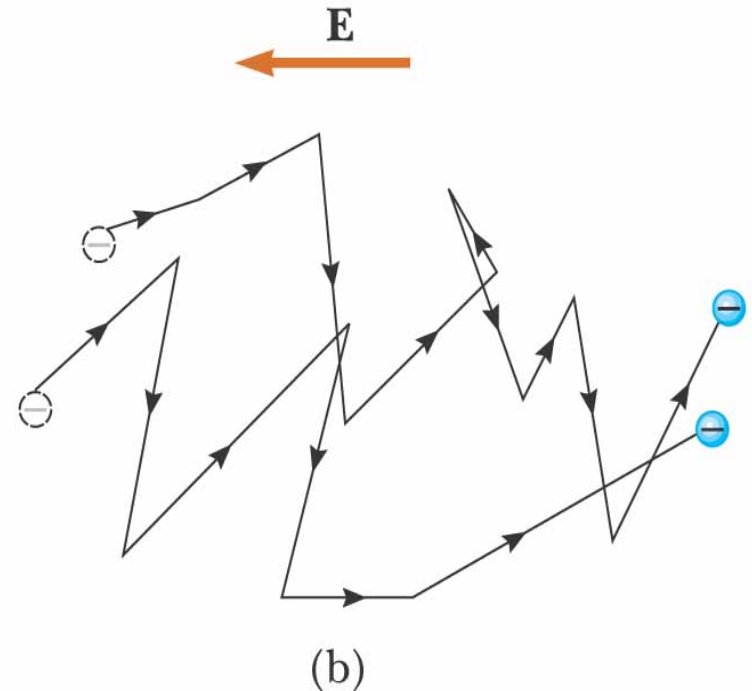
Figure 10-13 (a) Classical picture of the lattice ions as spherical balls of radius r that present an area πr^2 to the electrons. (b) Quantum-mechanical picture of the lattice ions as points that are vibrating in three dimensions. The area presented to the electrons is πr_0^2 , where r_0 is the amplitude of oscillation of the ions.



Uzupełnienie

Przewodnictwo elektryczne metali „klasycznie”

- Elektrony przewodnictwa dla metalu tworzą tzw. „gaz elektronowy”
- Elektrony poruszają się chaotycznie (ruchy termiczne), ulegają zderzeniom z atomami sieci krystalicznej
- Zewnętrzne pole elektryczne E modyfikuje chaotyczny ruch elektronów powodując ich stopniowe przemieszczanie się z prędkością dryfową v_d
- Pole elektryczne przyspiesza elektrony, ale gdy nastąpi zderzenie część energii elektronu przekazywana jest sieci krystalicznej, na skutek tego temperatura przewodnika wzrasta (drgania sieci krystalicznej rosną, od nich zależy temperatura przewodnika)
- Elektron doznaje przyspieszenia:



©2004 Thomson - Brooks/Cole

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

Przewodnictwo elektryczne metali „klasycznie”

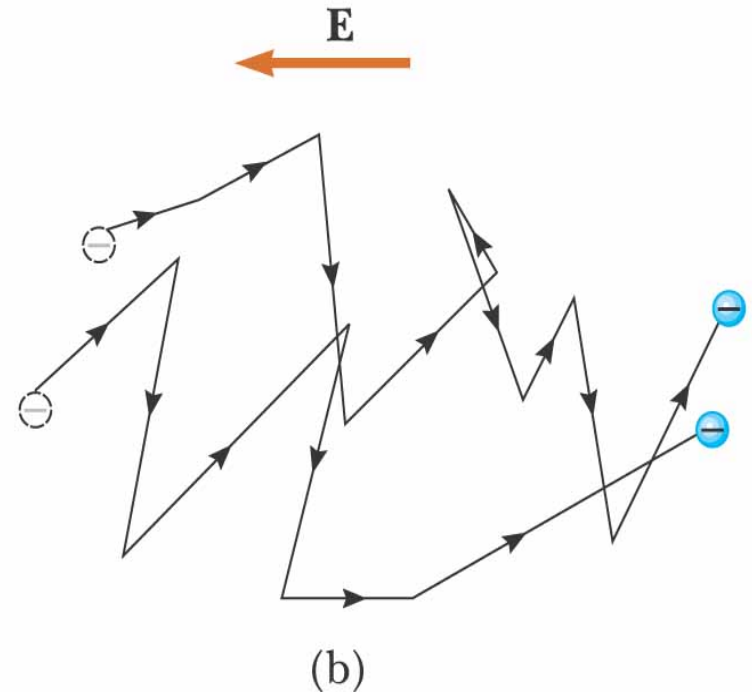
- Po zderzeniu elektron traci prędkość dryfową, odzyskuje ją gdy jest przyspieszany ponownie przez pole el.
- Średni czas między zderzeniami elektronu z atomami sieci wynosi τ
- Średnio po czasie τ elektron odzyskuje prędkość dryfową v_d

$$v_d = \tau a = \frac{eE\tau}{m_e}$$

uwzględniając : $\vec{J} = ne\vec{v}_d$

otrzymujemy : $v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m_e}$

$$E = \left(\frac{m_e}{e^2 n \tau} \right) J \quad \text{albo} \quad J = \left(\frac{e^2 n \tau}{m_e} \right) E$$



Przewodnictwo elektryczne metali „klasycznie”

Porównując

$$J = \left(\frac{e^2 n \tau}{m_e} \right) E$$

z wyrażeniem

$$J = \sigma E$$

otrzymujemy

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m_e}$$

lub

$$\rho = \frac{m_e}{e^2 n \tau} = \frac{m_e v_{\text{śr}}}{e^2 n \lambda}$$

przewodność

oporność właściwa

- Wielkości e , n , m_e , τ nie zależą od pola E
- Parametr τ zależy od temperatury – w klasycznej teorii gazów jest proporcjonalny do $1/\sqrt{T}$
- Doświadczalnie σ jest proporcjonalne do odwrotności temperatury $1/T$
- Tą nieścisłość wyjaśnia dopiero mechanika kwantowa, zatem klasyczny model gazu doskonałego jest niewystarczający

$$\longrightarrow \sigma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$$

$$\longrightarrow \sigma \sim \frac{1}{T}$$

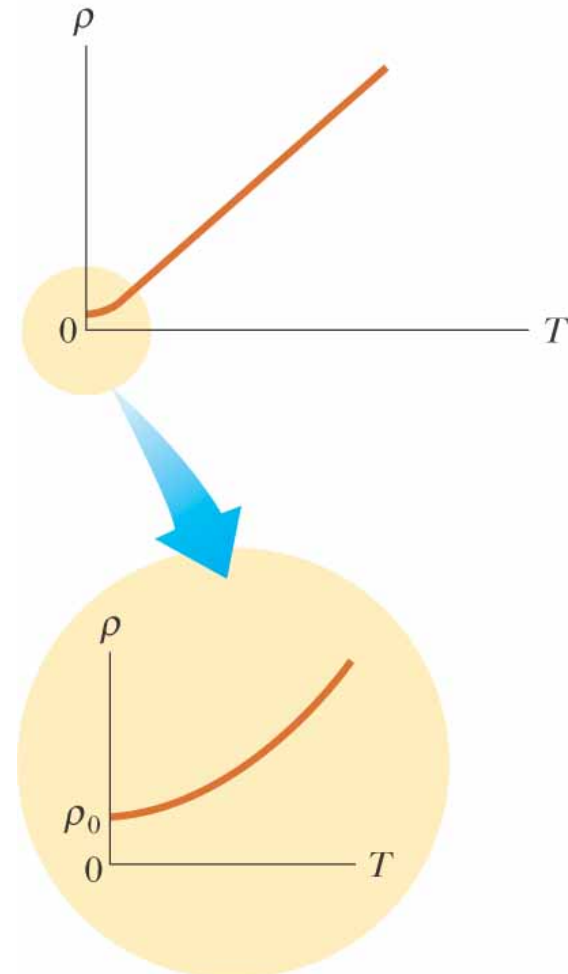
Zależność przewodności metali od temperatury

- Oporność właściwa (przewodność) różnych materiałów zmienia się wraz z temperaturą
- W ograniczonym zakresie temperatur dla metali zależność ta jest liniowa :

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

- T_0 ← temperatura odniesienia (np. 20°C)
 ρ_0 ← oporność w temperaturze odniesienia
 α ← temperaturowy współczynnik charakterystyczny dla materiału przewodzącego

- Dla niskich temperatur liniowość nie jest zachowana
- Dla wysokich temperatur wzrost oporności w funkcji temperatury spowodowany jest wzrostem drgań sieci krystalicznej – prawdopodobieństwo kolizji elektron – sieć zwiększa się



©2004 Thomson - Brooks/Cole

PRZYKŁAD 10.4. Prędkość unoszenia elektronów w miedzi. Oszacujmy, jaka jest prędkość unoszenia elektronów w typowym przewodzie miedzianym o promieniu 0,815 mm, jeżeli płynie w nim prąd o natężeniu 1 A.

ROZWIĄZANIE

Jeżeli założymy, że na atom miedzi przypada jeden elektron swobodny, to koncentracja elektronów swobodnych będzie równa liczbie atomów w jednostce objętości n_a , która można obliczyć, znając gęstość ρ , liczbę Avogadra N_A oraz masę molową M

$$n_a = \frac{\rho N_A}{M}.$$

Podstawiając dane dla miedzi $\rho = 8,93 \text{ g/cm}^3$ oraz $M = 63,5 \text{ g/mol}$, otrzymujemy

$$n_a = \frac{(8,93 \text{ g/cm}^3)(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{63,5 \text{ g/mol}} = 8,47 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}.$$

Koncentracja elektronów wynosi więc

$$8,47 \cdot 10^{22} \text{ elektronów/cm}^3 = 8,47 \cdot 10^{28} \text{ elektronów/m}^3.$$

Prędkość unoszenia możemy obliczyć ze wzoru

$$v_d = \frac{I}{Ane} = \frac{1 \text{ C/s}}{\pi(0,000815 \text{ m})^2(8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})} \approx 3,54 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}.$$

Widzimy, że typowa prędkość unoszenia jest rzędu 0,01 mm/s, czyli niewielka. Jest to szczególnie widoczne w porównaniu ze średnią prędkością elektronów obliczoną na podstawie ich energii cieplnej za pomocą wzoru (10.9). Wyniki różnią się o ok. 10 rzędów wielkości.

PRZYKŁAD 10.5. Przewodnictwo i opór właściwy miedzi. Obliczmy wartości oporu właściwego i przewodności właściwej miedzi w temperaturze 300 K.

ROZWIĄZANIE

Korzystając ze wzorów (10.12) oraz (10.13), otrzymamy

$$\tau = \lambda / \langle v \rangle = (0,38 \cdot 10^{-9} \text{ m}) / (1,08 \cdot 10^5 \text{ m/s}) = 3,52 \cdot 10^{-15} \text{ s},$$

a następnie

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_e \langle v \rangle}{ne^2 \lambda} = \frac{m_e}{ne^2 \tau} \\ &= \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{(8,47 \cdot 10^{28} \text{ elektronów/m}^3)(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2(3,52 \cdot 10^{-15} \text{ s})} \\ &= 1,19 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m} \end{aligned}$$

oraz

$$\sigma = 1/\rho = 8,33 \cdot 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}.$$

Uwaga: Obliczona wartość oporu właściwego jest ok. 7 razy większa niż wartość eksperymentalna $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.