Rozpędzanie obiektów

- Praca sił przy rozpędzaniu obiektów

$$W = \int_a^b \vec{F} \circ \overrightarrow{dr} = \int_a^b m \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} \circ \overrightarrow{dr} = \int_{v_p}^{v_k} m \vec{v} \circ \overrightarrow{dv} = \frac{m v_k^2}{2} - \frac{m v_p^2}{2}$$

$$\frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \vec{v} \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{dr} = \vec{v}\, dt$$

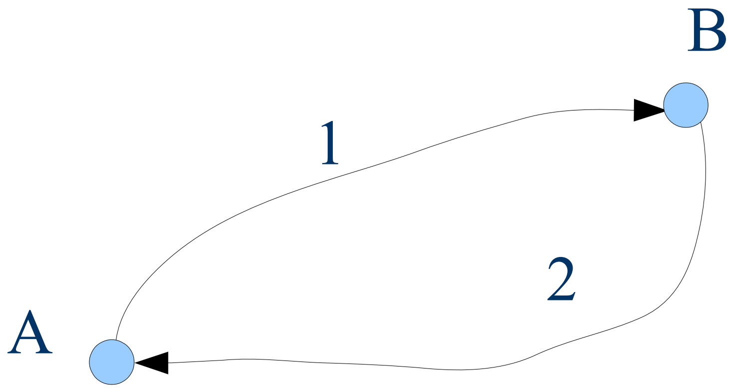
- Wyrażenie ($mv^2 / 2$)nazywamy energią kinetyczną rozpędzonego obiektu
- Na skutek działania siły F, która wykonała pracę na drodze **r** zmieniła się energia kinetyczna

Siły zachowawcze i niezachowawcze

- Różnym formom oddziaływań między obiektami fizycznymi towarzyszą siły
  - np. siły grawitacyjne, elektromagnetyczne, jądrowe...
- Mówimy że dany obiekt znajduje się w polu oddziaływania sił pochodzących od innego obiektu
  - np. piłka znajduje się w polu grawitacyjnym Ziemi
  - „pole sił”jest tzw. polem wektorowym
- Jeśli obiekt przemieszcza się w „polu sił” to możemy policzyć pracę tych sił

Siły zachowawcze i niezachowawcze

- Jeśli praca wykonana przez siłę podczas przemieszczania obiektu po dowolnej drodze zamkniętej jest równa 0 to siłę taką nazywamy <u>zachowawczą</u> a pole tej siły <u>polem sił zachowawczych</u>



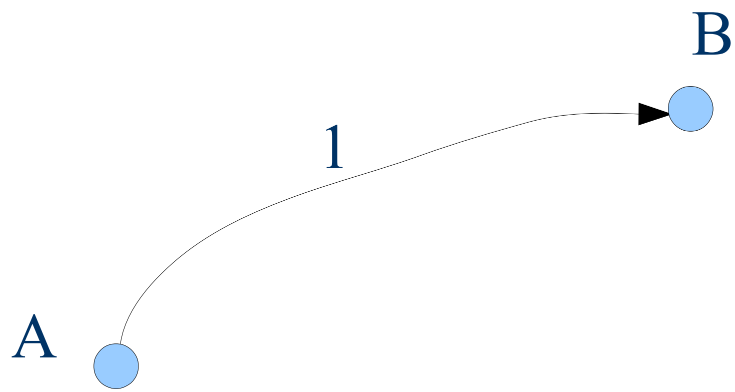
$$W_{AB}^{(1)} + W_{BA}^{(2)} = 0$$

- Siły które nie spełniają tego warunku nazywamy <u>siłami niezachowawczymi</u>

- Przykład – siły grawitacji Ziemi (na tablicy)

Siły zachowawcze i niezachowawcze

- Dla sił zachowawczych praca nie zależy od drogi przesunięcia - zależy tylko od położenia początkowego i końcowego obiektu



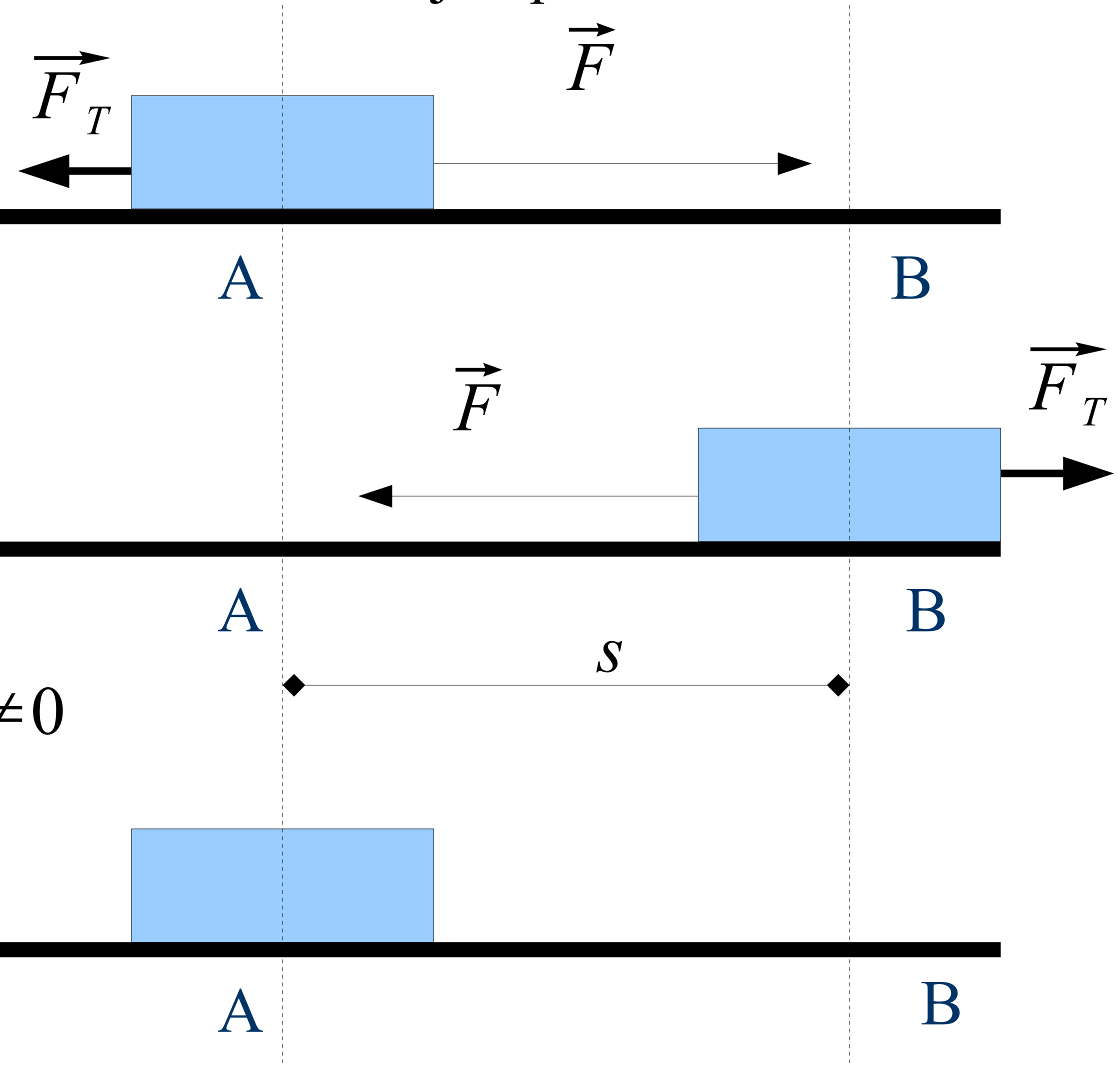
  - więc powinna być znana taka wielkość, która zależy tylko od położenia ciała względem pola sił

$$W_{AB} = -(U_B - U_A)$$

  - Tą wielkość - funkcję zależną od położenia, nazywamy <u>energią potencjalną</u>

Przykład siły niezachowawczej - tarcie

- Siła tarcia zawsze skierowana jest przeciwnie do kierunku ruchu



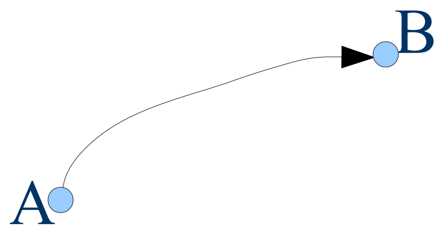
$$W_T = -2 F_T s \neq 0$$

Energia potencjalna

- Gdy siły oddziaływań są zachowawcze każdemu położeniu obiektu towarzyszy pewna wartość energii potencjalnej
- Energia potencjalna jest częścią tzw. energii mechanicznej obiektu

en. mechaniczna ← en. kinetyczna + en. potencjalna

  - Zmiana energii potencjalnej jest równa pracy jaką trzeba wykonać aby obiekt przemieścić z położenia początkowego do końcowego



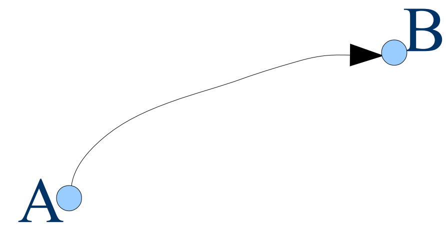
$$W_{\text{sił zewnętrznych}} = (U_k - U_p)$$

$$W_{\text{sił pola}} = -(U_k - U_p)$$

Energia potencjalna

$$W_{sił\ zewnętrznych} = (U_k - U_p)$$

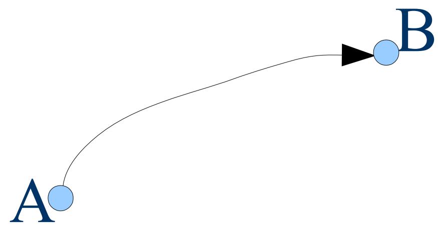
$$W_{sił\ pola} = -(U_k - U_p)$$



- <u>Energia potencjalna</u> może być określana jako „zmagazynowana praca sił zewnętrznych"
- Energię potencjalną można zdefiniować tylko dla pola sił zachowawczych

Jak policzyć energię potencjalną dla sił zachowawczych?

- Siły zachowawcze wykonują pracę
- Zmieniają energie potencjalną tak, że :



$$\Delta U = -W_{\textit{sił zachowawczych}}$$

- dla jednego wymiaru

$$\Delta U = -\int_{x_A}^{x_B} F_x \cdot dx$$

- ogólnie

$$\Delta U = -\int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot \vec{dr}$$

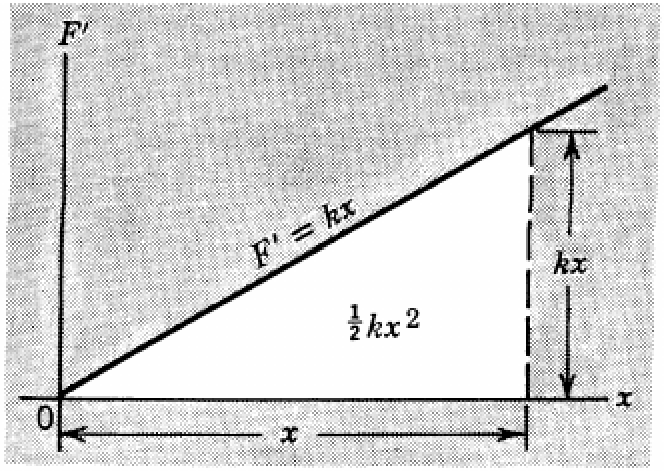
- Jest to ogólna recepta na obliczanie zmiany energii potencjalnej obiektu w polu sił zachowawczych

Przykład: sprężyna

Jeżeli rozciągniemy sprężynę tak, że jej koniec znajduje się w punkcie x, sprężyna będzie wywierała na rozciągające ją ciało siłę wynoszącą, z dobrym przybliżeniem,

$$F = -kx, \tag{7-7}$$

gdzie k jest pewną stałą nazywaną *współczynnikiem sprężystości* (*stałą sprężystości*) sprę-



Rys. 7-6. Siła, jaką należy przyłożyć podczas rozciągania sprężyny, wynosi $F' = kx$. Powierzchnia zawarta pod krzywą przedstawiającą tę siłę jest równa pracy wykonanej przy rozciąganiu sprężyny o długość x. Wielkość tej powierzchni można znaleźć za pomocą całkowania albo za pomocą wzoru na powierzchnię trójkąta

Aby rozciągnąć sprężynę, musimy przyłożyć do niej siłę F' równą co do wartości, lecz przeciwnie skierowaną do siły F. Przyłożona siła* wynosi więc $F' = kx$ i praca wykonana przez tę siłę podczas rozciągania sprężyny i przemieszczania jej końca z położenia x_1 do położenia x_2 jest równa**

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F'(x)\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} (kx)\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}kx_2^2 - \tfrac{1}{2}kx_1^2.$$

Przykład: sprężyna

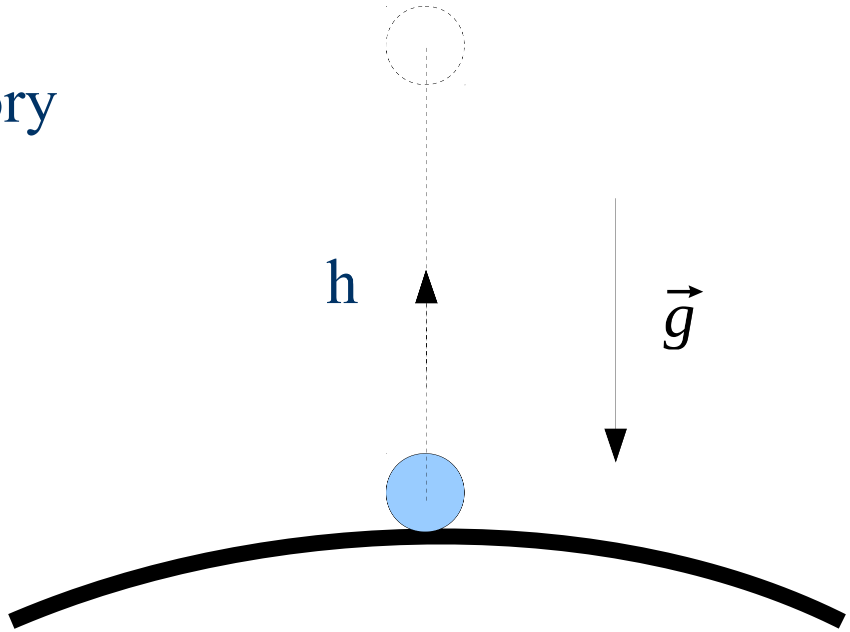
Aby rozciągnąć sprężynę, musimy przyłożyć do niej siłę F' równą co do wartości, lecz przeciwnie skierowaną do siły F. Przyłożona siła* wynosi więc $F' = kx$ i praca wykonana przez tę siłę podczas rozciągania sprężyny i przemieszczania jej końca z położenia x_1 do położenia x_2 jest równa**

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F'(x)\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} (kx)\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}kx_2^2 - \tfrac{1}{2}kx_1^2.$$

$$\Delta U = -W_{\textit{sił zachowawczych}} = W_{\textit{sił zewnętrznych}}$$

Przykład: energia pot. układu obiekt - Ziemia blisko jej powierzchni

Podnoszenie obiektu do góry



Praca siły grawitacji *mg :*

$$\Delta W_{mg} = -(m g) h = -\Delta U$$

$$\Delta U = mgh = U_{końcowa} - U_{pocz.}$$

Zakładamy że na powierzchni Ziemi *U = 0*

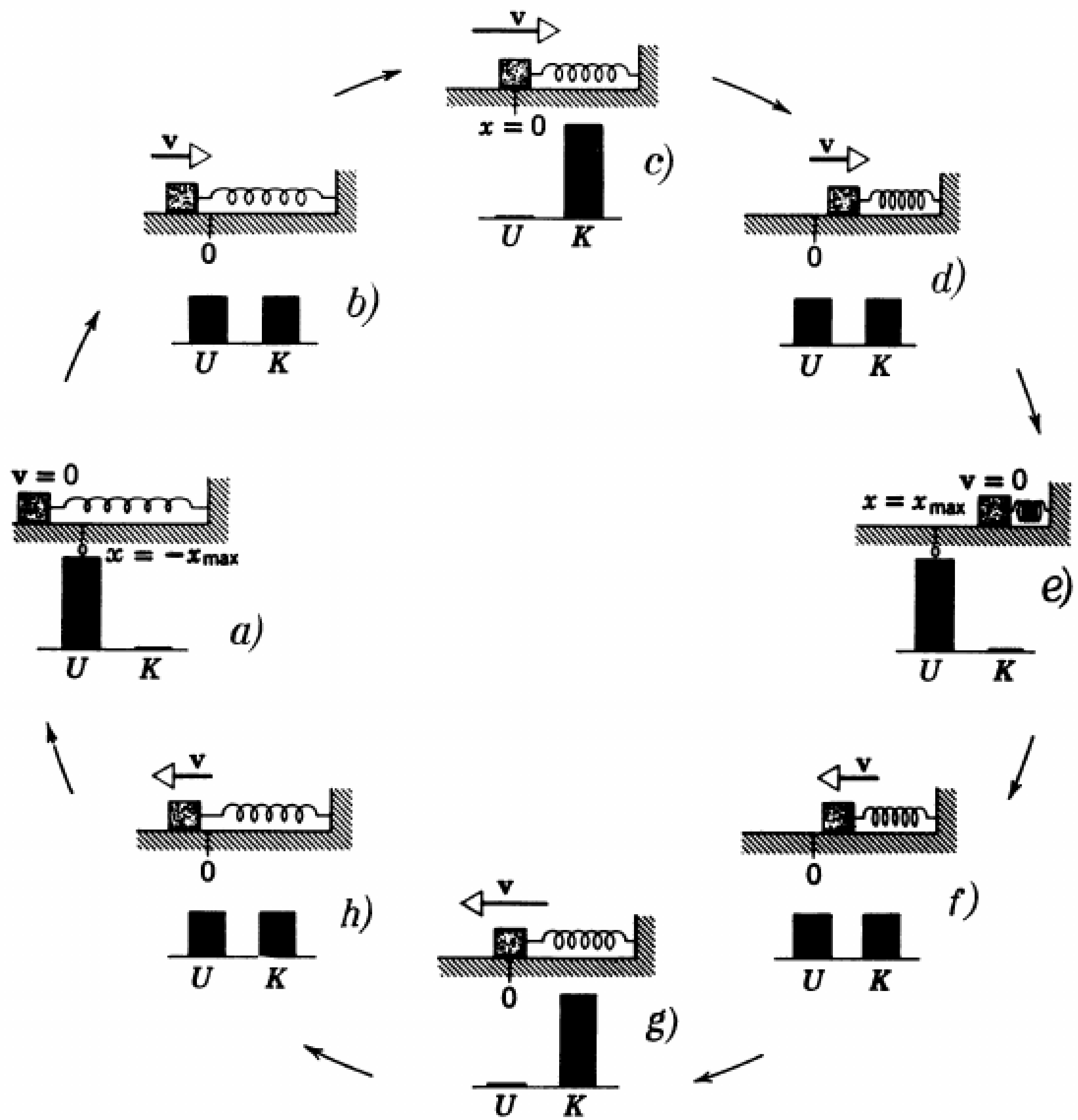
$$U_{końcowa} = mgh + 0 = mgh$$

Zasada zachowania energii mechanicznej

- Energia mechaniczna izolowanego układu obiektów (takiego na który nie działają żadne siły zewnętrzne) jest zachowana (nie zmienia się) gdy wymianie energii kinetycznej w potencjalną towarzyszy działanie sił zachowawczych $$\Delta E_k + \Delta U = 0$$

Zasada zachowania energii mechanicznej

Rys. 8-4. Ciało o pewnej masie, przymocowane do sprężyny, ślizga się tam i z powrotem po poziomej powierzchni, bez tarcia. Układ taki nazywamy oscylatorem harmonicznym. Zilustrowany jest tu ruch ciała w ciągu jednego cyklu. Zacznijmy rozpatrywać ten ruch od położenia (a) przedstawionego z lewej strony rysunku (położenie odpowiadające godzinie 9; ciało ma wtedy skrajne wychylenie w lewo i chwilowo spoczywa, $K = 0$. Wtedy sprężyna ma maksymalne wydłużenie, czyli $U = U_{max}$ (K i U są wyobrażone przy pomocy klocków widocznych poniżej każdego położenia). Po upływie jednej ósmej okresu (następne położenie (b)) ciało uzyskało energię kinetyczną, a sprężyna częściowo utraciła wydłużenie; K i U są tu sobie równe, czyli $K = U = \frac{1}{2} U_{max}$. W górnym położeniu (c) sprężyna ma długość naturalną i prędkość ciała jest maksymalna, zatem $U = 0$, a $K = K_{max} = U_{max}$. W następnych fazach ruchu całkowita energia $E = K + U$ również jest zachowana, $E = K_{max} = U_{max}$. Ruch oscylatora harmonicznego będziemy dokładnie analizować w rozdziale 15



Zasada zachowania energii całkowitej

Co się dzieje z energią układu gdy działają na niego siły zewnętrzne (układ nieizolowany)

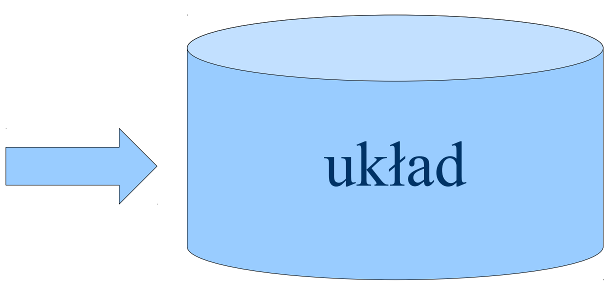
$$W_{sił\ zew.} = \Delta E_k + \Delta E_p + \Delta U_{wew} + \Delta E$$

zmiana en. kinet.

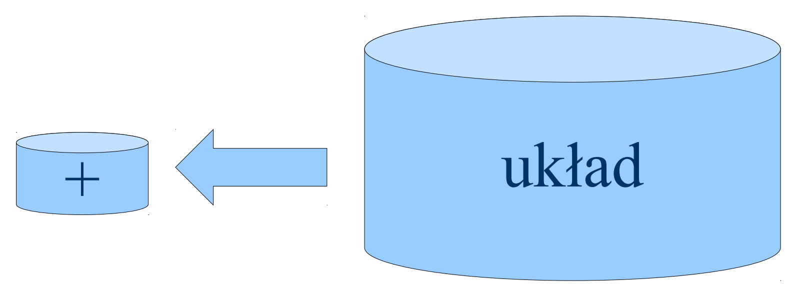
zmiana en. pot.

zmiana en. wewnętrznej.

zmiana innych form energii (chemiczna, jądrowa, itd.)



Poprzez pracę sił zewnętrznych dostarczana jest energia do układu



Jeśli układ wykonuje pracę to oddaje część swojej energii