Zasada zachowania momentu pędu

Wynika z II zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Jeśli na układ cząstek nie działają żadne momenty sił zewnętrznych (albo momenty te się równoważą) to moment pędu układu jest stały w czasie

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \qquad \vec{L} = const$$

$$I\omega = const$$

Zasada zachowania momentu pędu - przykłady

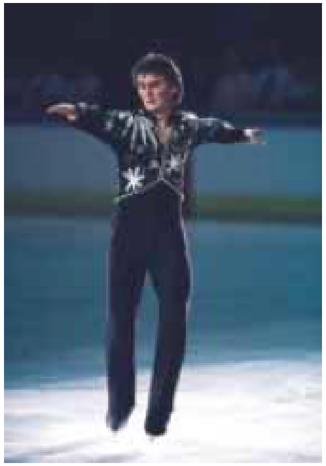
$$I\,\omega = const$$

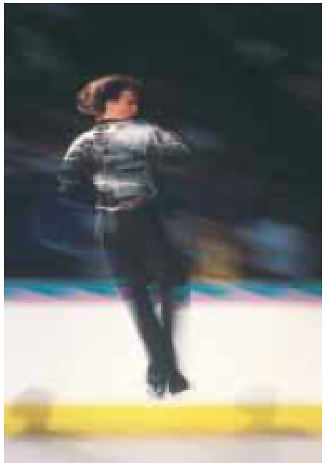
$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

Łyżwiarz w trakcie wolnego obrotu zmienia (zmniejsza) swój moment bezwładności

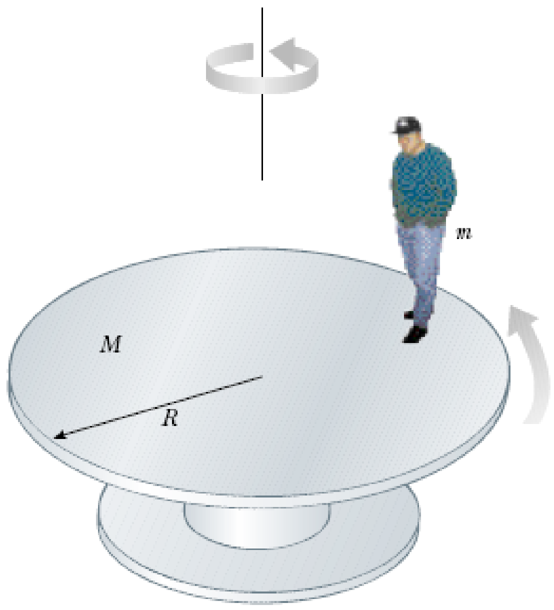
$$\omega_2 = \frac{I_2}{I_1}\omega_1$$

W konsekwencji rośnie jego prędkość obrotowa





Zasada zachowania momentu pędu - przykłady



$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\omega_2 = \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2}\right)\omega_1$$

Zasada zachowania energii całkowitej

Co się dzieje z energią układu gdy działają na niego siły zewnętrzne (układ nieizolowany)

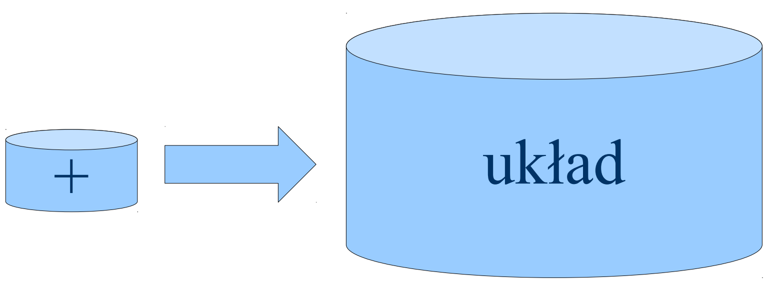
$$W_{\textit{sił zew.}} = \Delta E_k + \Delta E_p + \Delta U_{wew} + \Delta E$$

zmiana
en. kinet.

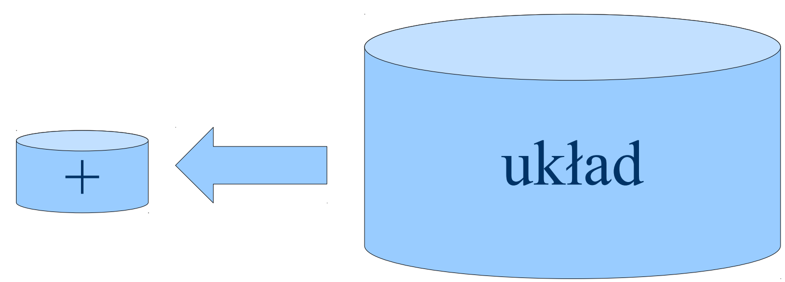
zmiana
en. pot.

zmiana
en. wewnętrznej.

zmiana innych form
energii (chemiczna,
jądrowa, itd.)



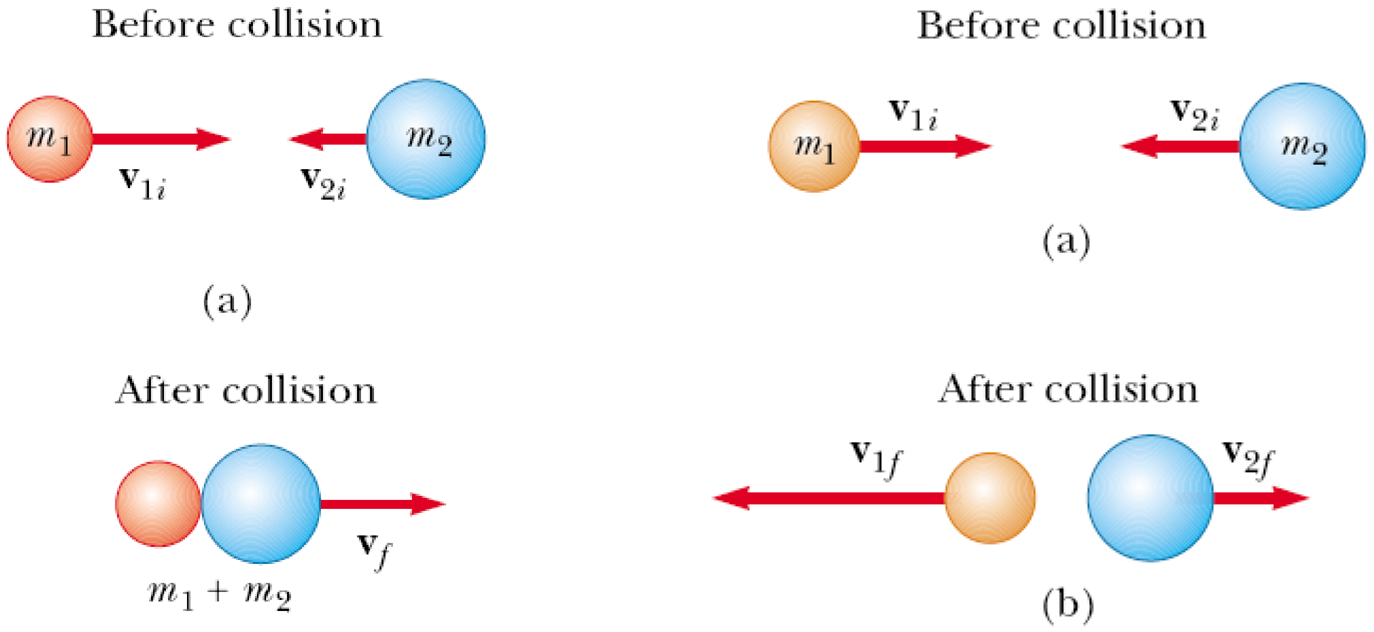
Poprzez pracę sił
zewnętrznych dostarczana
jest energia do układu



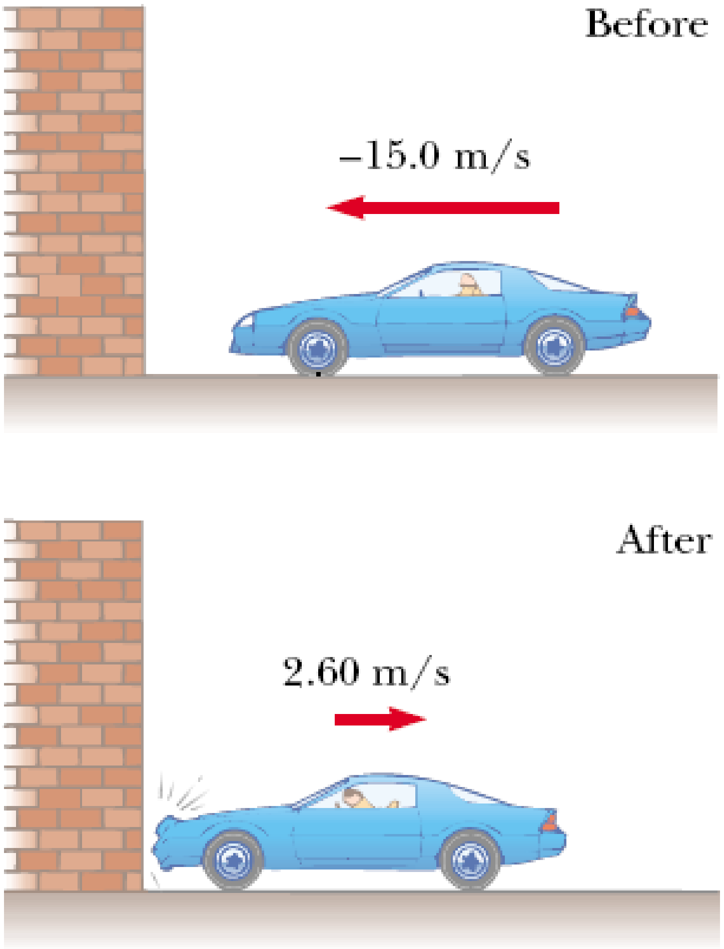
Jeśli układ wykonuje pracę to
oddaje część swojej energii

Zderzenia – przykład zastosowania zasad zachowania energii i pędu

- Fakty:
  - uderzenie jest rozpatrywane jako oddziaływanie między obiektami układu izolowanego
  - siła uderzenia działa przez krótka chwilę
  - siła wywołuje zmianę kierunku i wartości prędkości obu kul
  - znając zmianę pędu można określić średnią siłę oddziaływania (przykład: samochód uderzający w przeszkodę)



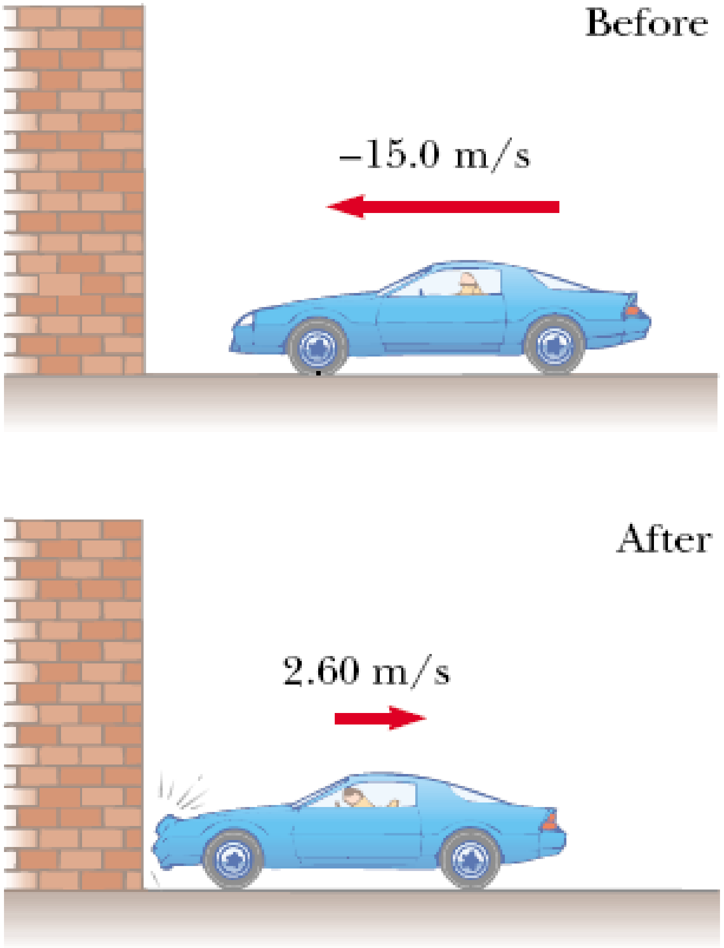
przykład: samochód uderzający w przeszkodę



$$\mathbf{p}_i = m\mathbf{v}_i = (1\,500\ \text{kg})(-15.0\mathbf{i}\ \text{m/s}) = -2.25 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

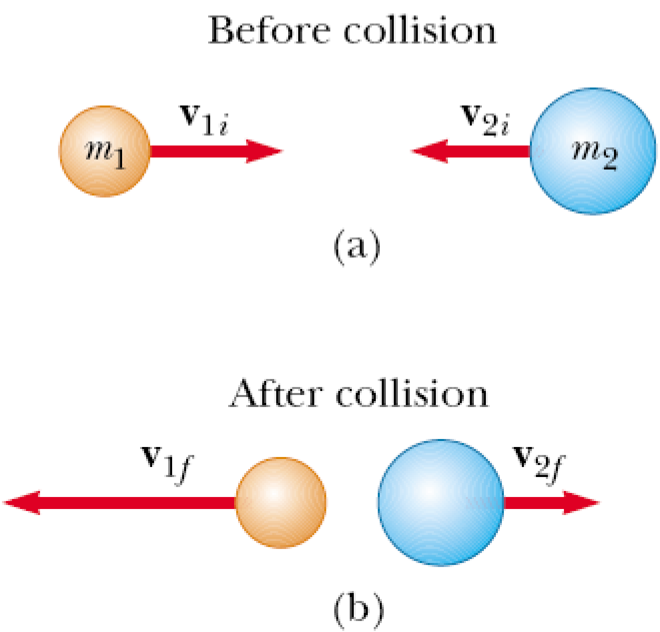
$$\mathbf{p}_f = m\mathbf{v}_f = (1\,500\ \text{kg})(2.60\,\mathbf{i}\ \text{m/s}) = 0.39 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

przykład: samochód uderzający w przeszkodę



$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4 \,\mathbf{i}\ \mathrm{kg \cdot m/s}}{0.150\ \mathrm{s}} = \boxed{1.76 \times 10^5 \mathbf{i}\ \mathrm{N}}$$

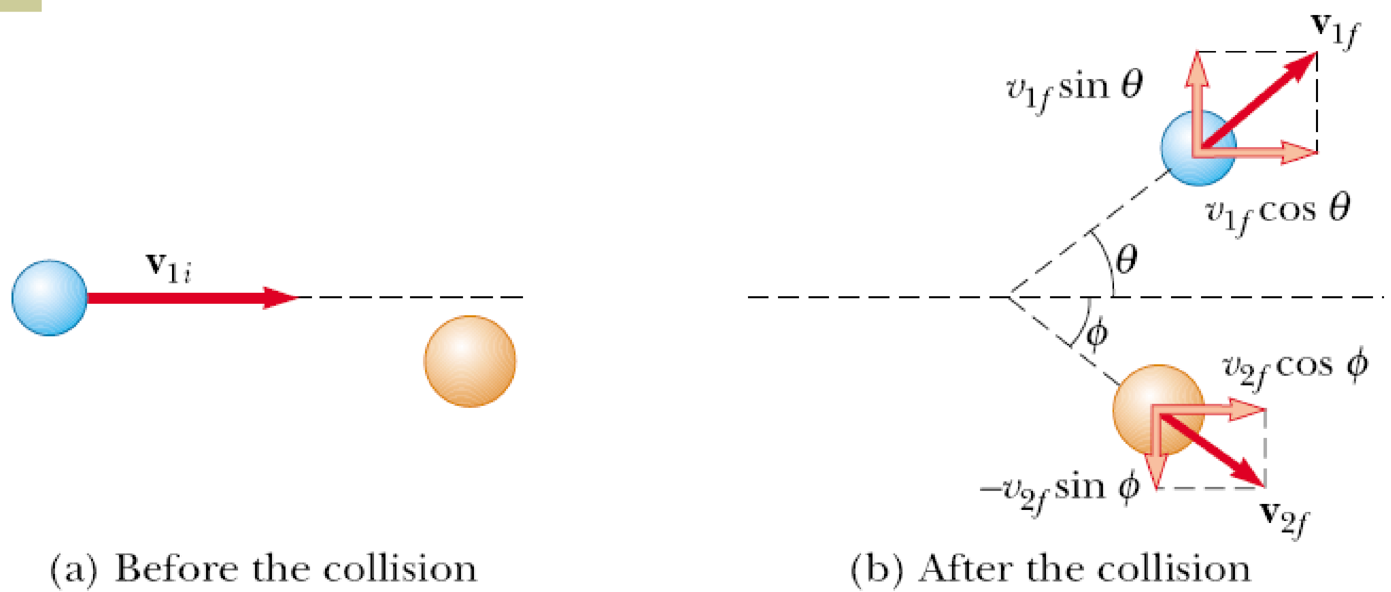
Zderzenia doskonale sprężyste



- Fakty:
  - energia mechaniczna jest zachowana
  - pęd układu jest zachowany

$$\begin{cases} \dfrac{m_1 v_{1i}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2i}^2}{2} = \dfrac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2f}^2}{2} \\ m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \end{cases}$$

Zderzenia doskonale sprężyste



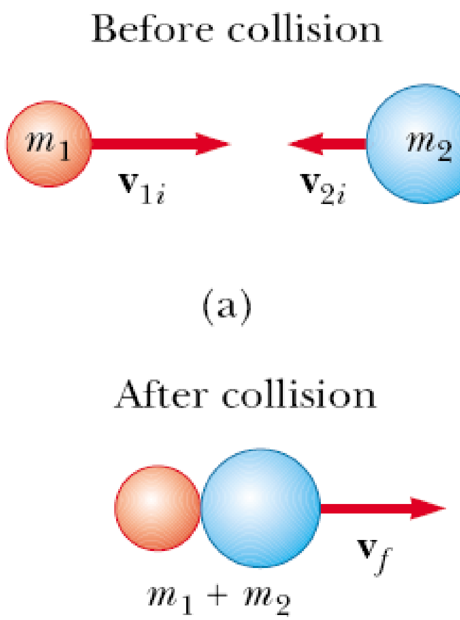
$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

Wektorowe równanie na zas. zach. pędu można rozpisać na składowe.

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} &= m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx} \\ m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} &= m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy} \end{aligned} \right.$$

Ale uwaga na znaki!!!

Zderzenia doskonale niesprężyste



- Fakty:
  - energia mechaniczna nie jest zachowana, ale całkowita tak
  - trzeba uwzględnić zmianę energii wewnętrznej
  - pęd układu jest zachowany

$$\begin{cases} \dfrac{m_1 v_{1i}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2i}^2}{2} = \dfrac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2f}^2}{2} + \Delta U_w \\ m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \end{cases}$$