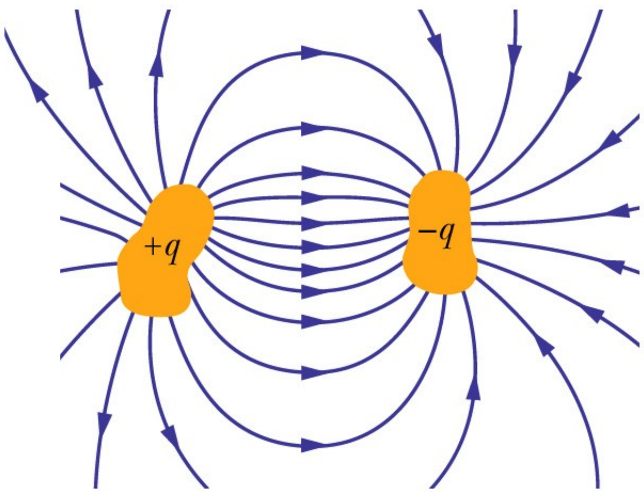
Pojemność elektryczna

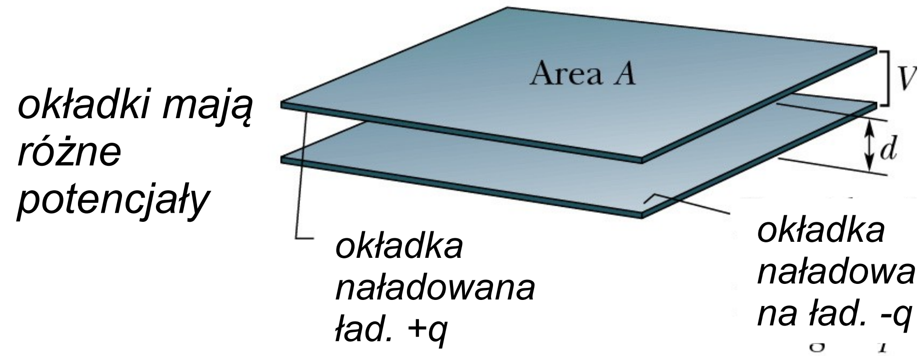
- Pojemność elektryczna,
- Kondensatory
- Energia elektryczna

Pojemność elektryczna - kondensatory

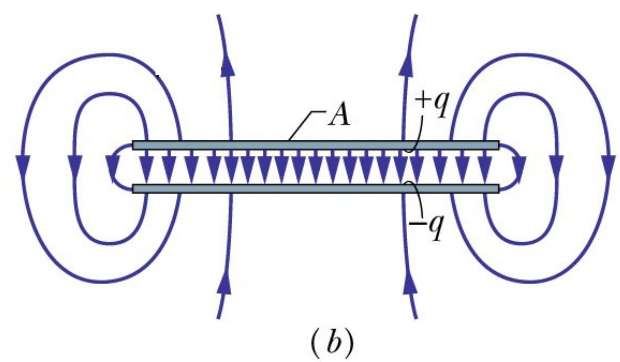
Kondensator :
dwa przewodniki oddzielone izolatorem
zwykle naładowane ładunkami o
przeciwnych znakach



Najprostszy przykład: kondensator płaski



(a)



(b)

Pojemność ***C*** jest to :
stosunek wartości ładunku ***q*** na każdym przewodniku
do różnicy potencjałów ***U*** pomiędzy przewodnikami

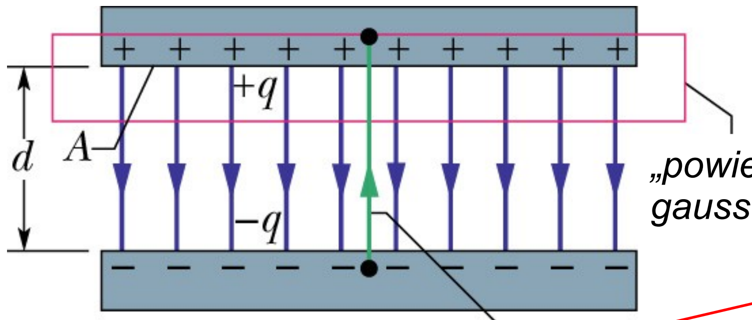
$$C = \frac{q}{U}$$

Jak policzyć pojemność kondensatora, przykład : kondensator **płaski**

Ustalić ładunek na okładkach → Obliczyć wartość natężenia pola *E* za pomocą prawa Gauss'a → Obliczyć różnicę potencjałów między okładkami → Znaleźć pojemność kondensatora

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \qquad U = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad C = \frac{q}{U}$$

Przykład: kondensator płaskiego



A – powierzchnia okładek

d – odległość między okładkami

z prawa Gauss'a $q = \varepsilon_0 E A$

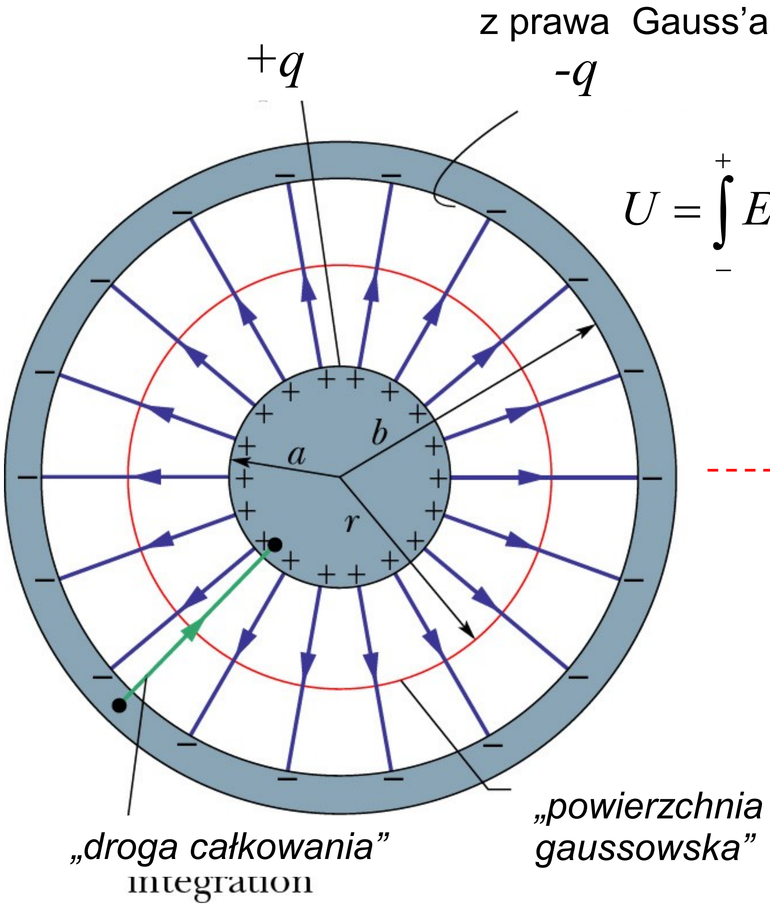
$$U = -\int_{-}^{+} \vec{E}\, d\vec{s} = E \int_{-}^{+} ds = Ed$$

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 E A}{E d} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$

Jak policzyć pojemność kondensatora, przykład : kondensator **cylindryczny i sferyczny**

cylindryczny



$$q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(2\pi rL) \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 Lr}$$

$$U = \int_{-}^{+} Eds = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}$$

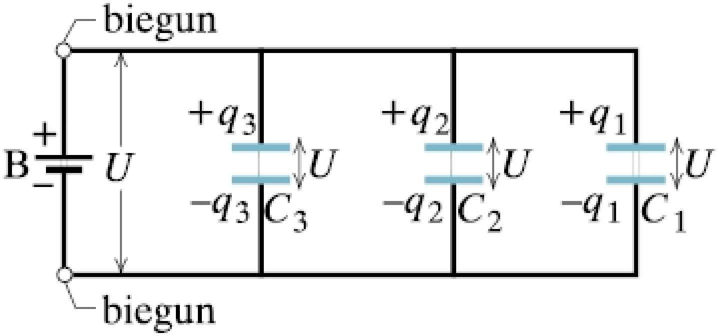
sferyczny

$$q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(4\pi r^2) \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

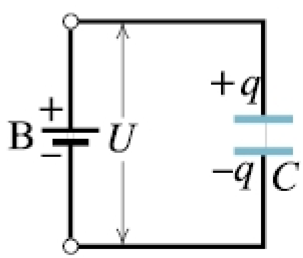
$$U = \int_{-}^{+} Eds = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

Łączenie równoległe kondensatorów



a)



b)

Rys. 26.6. a) Trzy kondensatory podłączone równolegle do źródła B. Źródło zapewnia różnicę potencjałów U na swych biegunach i na *każdym* kondensatorze. b) Równoważny kondensator o pojemności C_{rw} zastępuje układ kondensatorów połączonych równolegle

Całkowity ładunek zgromadzony na kładkach kondensatorów:

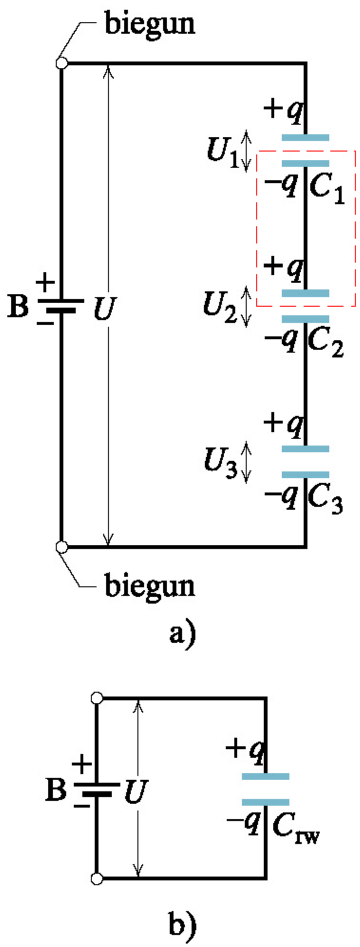
$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)U$$

W takim ustawieniu kondensatorów różnica potencjałów elektrycznych na każdym z nich jest taka sama i wynosi U zatem

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + C_3$$

Dla równoległego połączenia n kondensatorów:

$$C = \sum_{j=1}^{n} C_j$$



Rys. 26.7. a) Trzy kondensatory podłączone szeregowo do źródła B. Źródło zapewnia różnicę potencjałów U między najwyższą i najniższą okładką układu kondensatorów połączonych szeregowo. b) Równoważny kondensator o pojemności C_{rw} zastępuje układ kondensatorów połączonych szeregowo

Łącznie szeregowe kondensatorów

W takim ustawieniu kondensatorów ładunek na kondensatorach jest taki sam, natomiast całkowita różnica potencjałów jest równa sumie różnic potencjałów na poszczególnych kondensatorach

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) q$$

więc

$$C = \frac{q}{U} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3}$$

albo

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Dla szeregowego połączenia n kondensatorów:

$$\frac{1}{C} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$

Energia magazynowana w polu elektrycznym

Mamy naładowany kondensator ładunkiem ***q'*** do różnicy potencjału U***'***.

Trzeba wykonać trochę dodatkowej pracy, aby „doładować” kondensator o dodatkowy ładunek ***dq':***

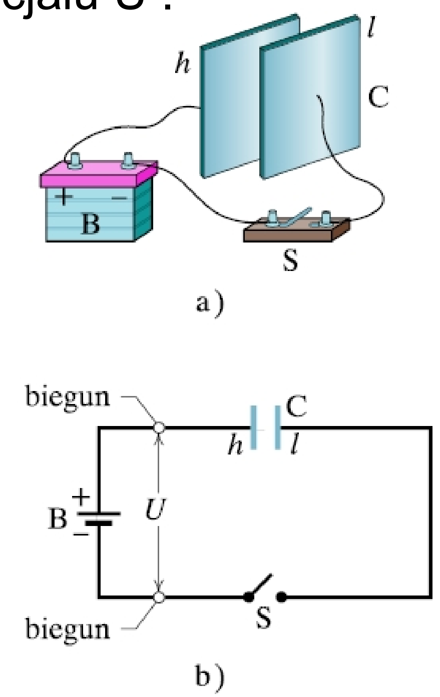
$$dW = U' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

Całkowita praca potrzebna do naładowania kondensatora:

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}$$

Ta praca jest „zmagazynowana” w polu elektrycznym kondensatora w postaci energii E_{el}

$$\mathcal{E}_{enegria\,el} = \frac{q^2}{2C} \qquad \mathcal{E}_{energia\,el} = \frac{1}{2} C U^2$$



Rys. 26.3. a) Źródło B, klucz S oraz okładki *h* i *l* kondensatora C tworzą po połączeniu obwód. b) Schemat z *elementami obwodu* przedstawionymi za pomocą ich symboli

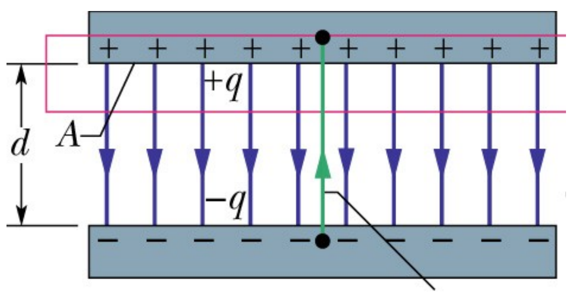
Kondensator jest więc urządzeniem, które magazynuje energie elektryczną

Gęstość energii pola elektrycznego

Energia pola elektrycznego kondensatora jest zgromadzona w pewnym obszarze.

W idealnym płaskim kondensatorze (gdzie pole wewnątrz jest jednorodne) można obliczyć ***„gęstość energii”*** – ilość energii zgromadzonej w jednostce objętości.

$$u_{en} = \frac{\mathcal{E}_{enegria\ el}}{V_{objetosc}} = \frac{\mathcal{E}_{enegria\ el}}{Ad} = \frac{CU^2}{2Ad}$$

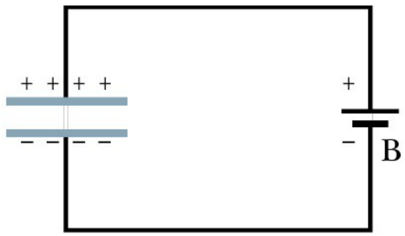


$$u_{el} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{U}{d}\right)^2 \qquad U = Ed$$

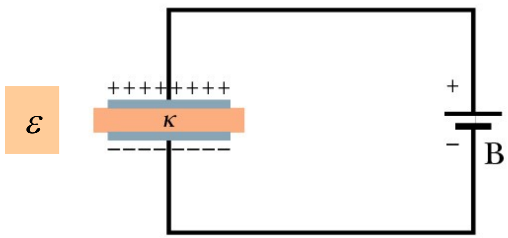
$$\boxed{u_{el} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

Okazuje się, że to wyrażenie definiuje gęstość energii dla każdego pola elektrycznego (nie tylko dla kondensatora płaskiego)

Kondensator płaski z dielektrykiem

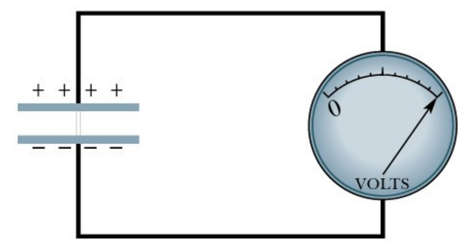


Jeśli zapewnimy stałą różnicę potencjałów na okładkach kondensatora i włożymy do niego dielektryk to okazuje się, że ładunek zgromadzony na kondensatorze z dielektrykiem jest większy.



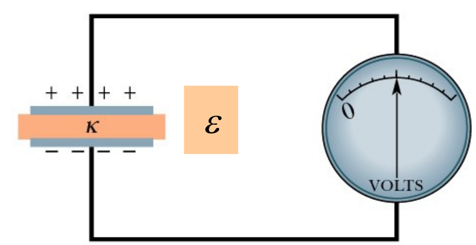
V = a constant

$$C = \frac{q}{U} \qquad q_d > q_0 \;\Rightarrow\; C_d > C_0 \;\Rightarrow\; C_d = \varepsilon C_0$$



Jeśli zapewnimy stały ładunek na okładkach kondensatora i włożymy do niego dielektryk to okazuje się, że różnica potencjałów na kondensatorze z dielektrykiem jest mniejsza

$$C = \frac{q}{U} \qquad q_d = q_0 \qquad C_d = \varepsilon C_0 \;\Rightarrow\; U_d = \frac{U_0}{\varepsilon}$$



q = a constant

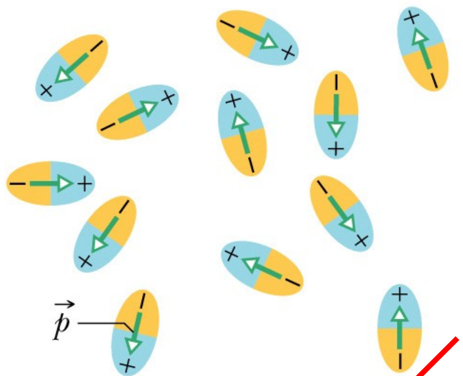
Stałe dielektryczne ε

powietrze	1.00054
polistyren	2.6
papier	3.5
pyrex	4.7
porcelana	6.5
krzem	12
etanol	25
woda (20^{o}C)	80.4
woda (25^{o}C)	78.5
„titania ceramic”	130
„strontium titanate”	310

Dielektryki : polarne, niepolarne

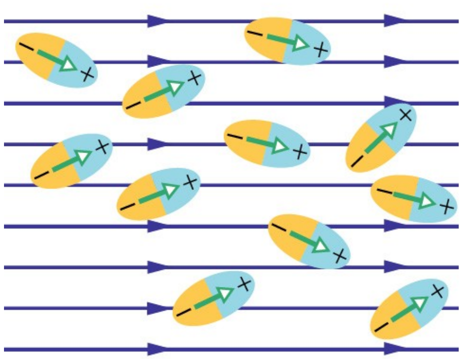
polarne

• posiadają trwałe dipole elektryczne



(a)

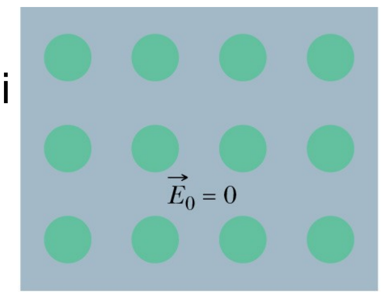
Pod wpływem pola elektrycznego dipole ustawiają się w linii, powodując polaryzację całego dielektryka polarnego



(b)

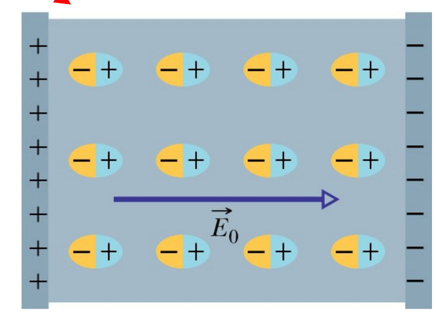
niepolarne

• nie posiadają trwałych dipoli

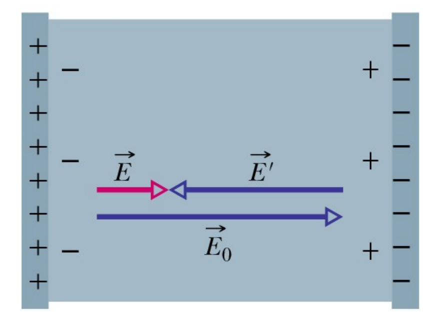


(a)

Pod wpływem pola elektrycznego w dielektryku niepolarnym indukują się (wytwarzają się) momenty elektryczne - dipole



(b)



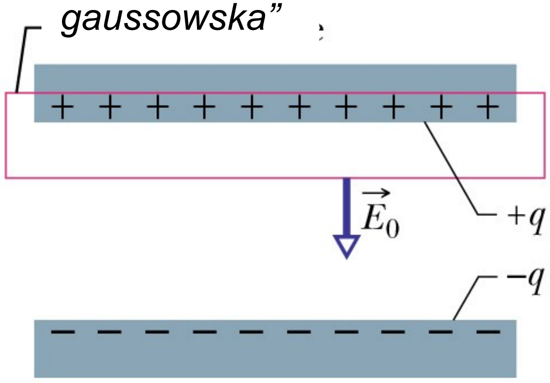
Zewnętrzne pole elektryczne polaryzuje dielektryk, wytwarza przez to przeciwnie skierowane, wewnętrzne pole elektryczne (na skutek pojawiającego się ładunku powierzchniowego na dielektryku).

Dlatego wypadkowe pole elektryczne w dielektryku ($\boldsymbol{E = E_0 - E'}$) jest mniejsze niż pole $\boldsymbol{E_0}$

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

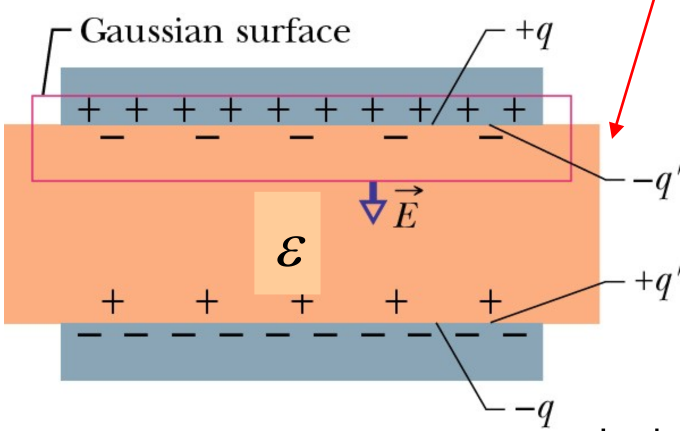
Kondensator z dielektrykiem i prawo Gaussa

„powierzchnia gaussowska”



(a)

„powierzchnia gaussowska”



(b)

dla kondensatora bez dielektryka

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{A} = \varepsilon_0 E_0 A = q \;\rightarrow\; E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

dla kondensatora z dielektrykiem

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = q - q' \;\rightarrow\; E = \frac{(q - q')}{\varepsilon_0 A}$$

ale

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 A}$$

więc

$$q - q' = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

Ładunek ***q*** jest tzw. **ładunkiem „swobodnym”** – nie indukowanym w dielektryku, lecz zgromadzonym na okładce kondensatora

Całkowity strumień natężenia pola elektrycznego zawiera czynnik $\boldsymbol{\varepsilon E}$

Wektor $\boldsymbol{\varepsilon \varepsilon_0 E}$ jest definicją **wektora indukcji *D*** pola elektrycznego, dlatego często prawo Gaussa wyraża się wzorem

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q$$