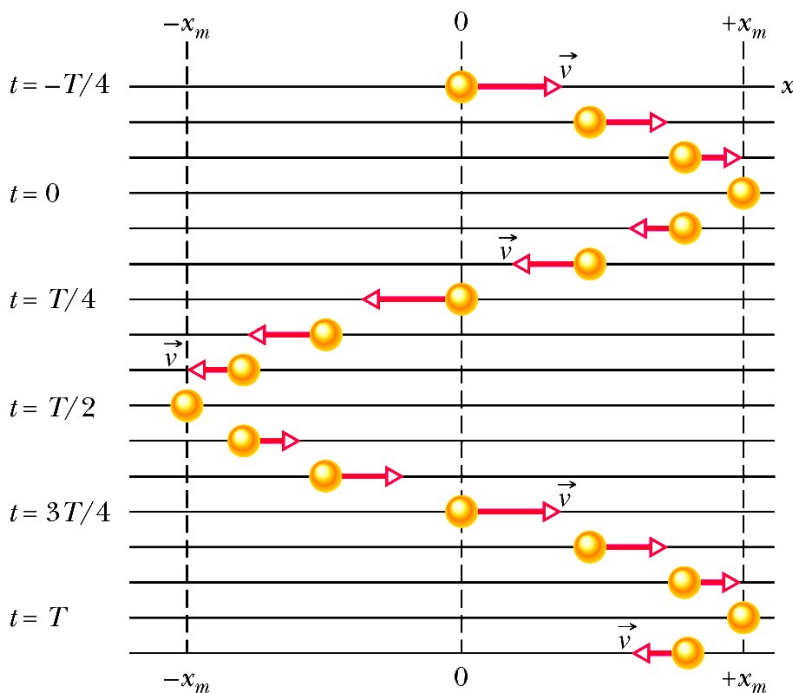

Drgania i Fale

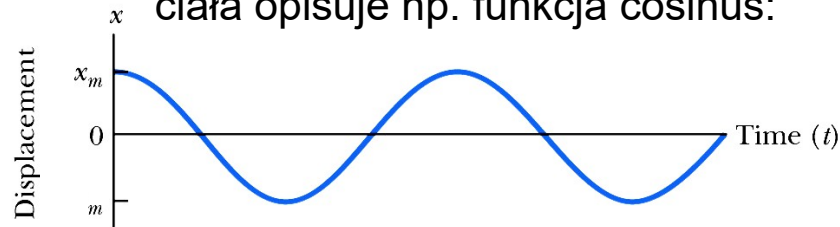
Ruch oscylacyjny, drgania harmoniczne proste

Ruch , w którym położenie ciała $x(t)$ powtarza się, nazywamy drganiem.

W ruchu harmonicznym prostym położenie ciała opisuje np. funkcja cosinus:



(a)



(b)

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

amplituda
drgań

częstość
kołowa

faza
początkowa

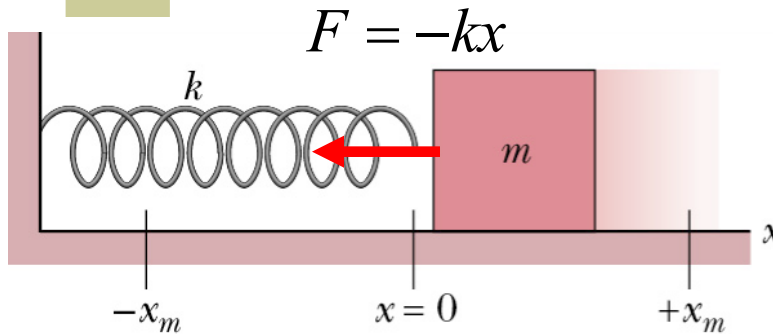
prędkość

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

przyspieszenie

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$$

Przykład: wahadło sprężynowe



Na blok o masie m działa siła proporcjonalna do wychylenia, ale skierowana przeciwnie do wychylenia.

$$F = -kx \quad \text{ale} \quad F = ma$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Zatem przemieszczenie bloku $x(t)$ musi spełniać równanie (równanie ruchu oscylatora):

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Jego rozwiązaniem jest też np. funkcja typu:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

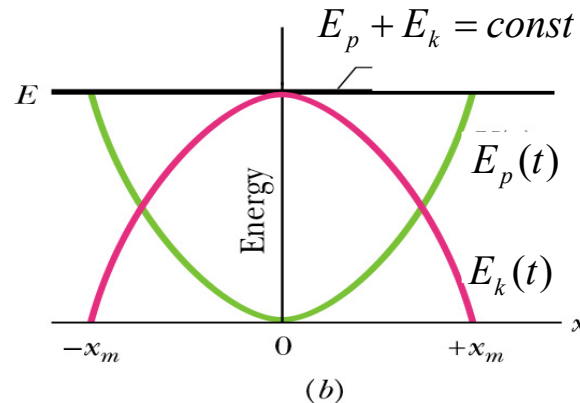
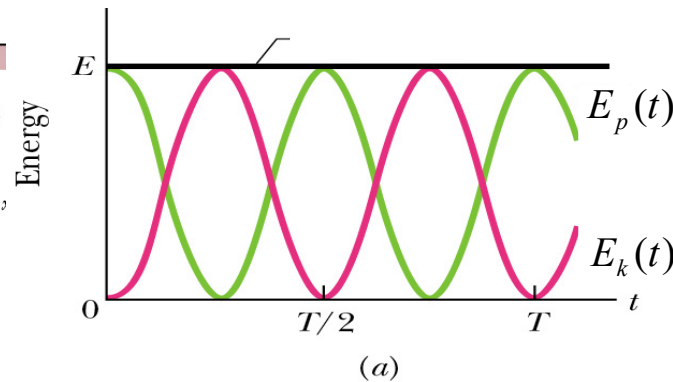
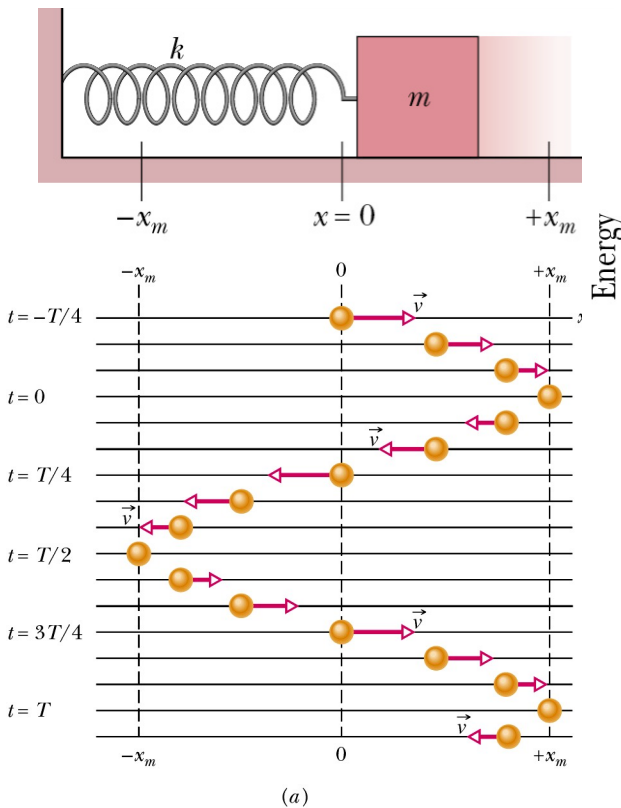
gdzie częstość kołowa drgań wynosi:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Przykład: wahadło sprężynowe

Energia potencjalna bloku

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kx_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$



Energia kinetyczna bloku

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

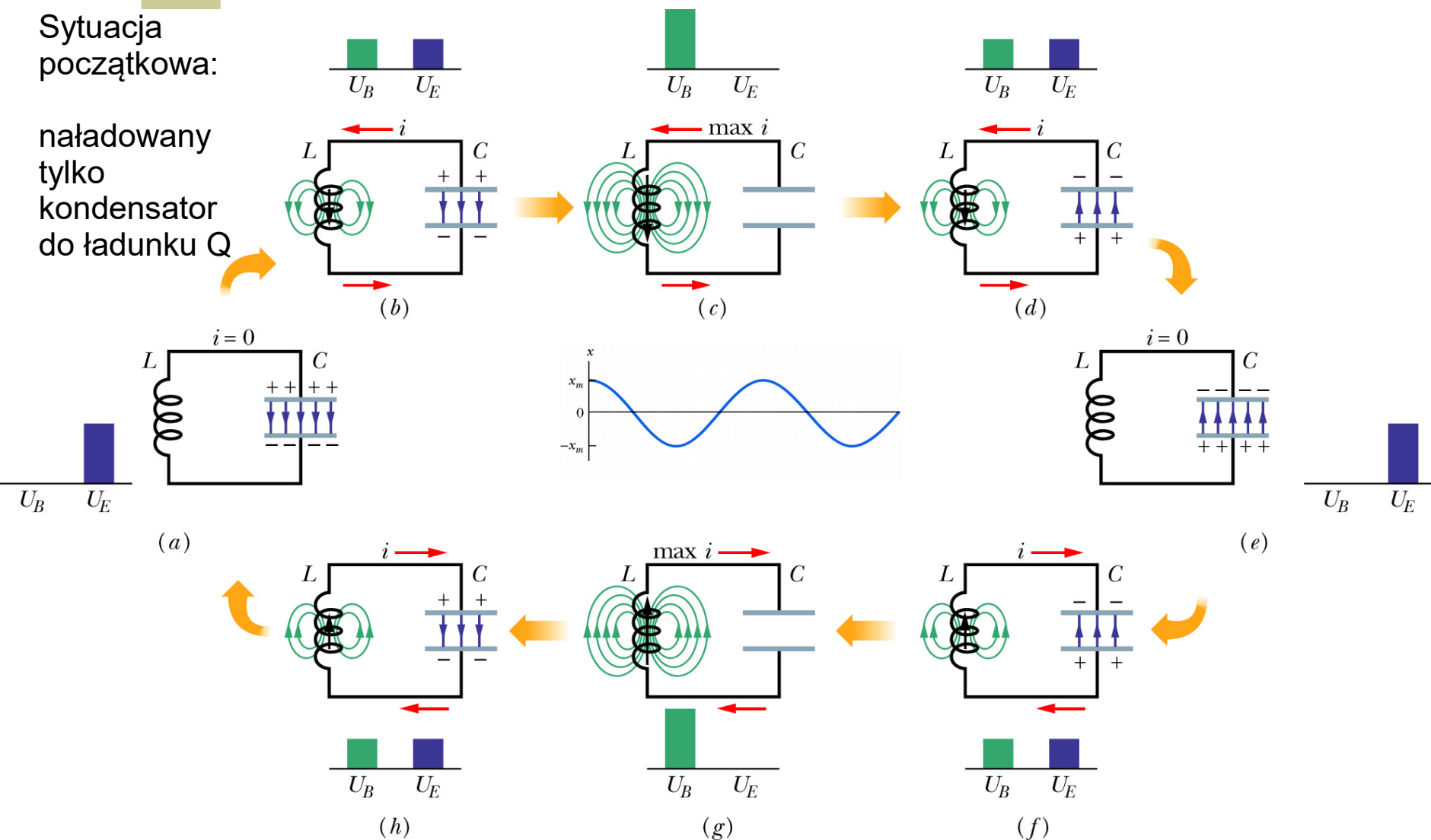
Całkowita energia bloku jest stała! - jest sumą energii potencjalnej i kinetycznej.

Cyklicznie energia kinetyczna zamienia się w energię potencjalną i odwrotnie.

Przykład: oscylator LC

Sytuacja początkowa:

naładowany tylko kondensator do ładunku Q



Przykład: oscylator LC

Bilans energii

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

Całkowita energia nie zmienia się w czasie

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \right) = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0$$

Rozwiązaniem tego równia jest:

$$q = Q \cos(\omega t + \phi)$$

Wartość ładunku q
„oscyluje” zgodnie
z funkcją $\cos$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q \sin(\omega t + \phi)$$

gdzie częstotliwość wyraża się

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

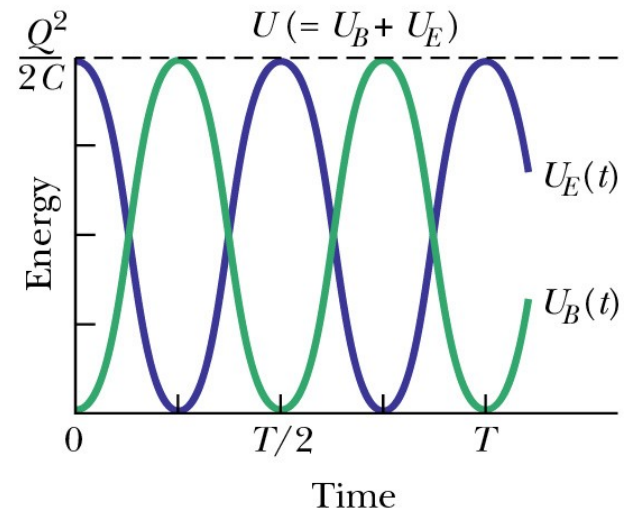
Energia na kondensatorze

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

Energia zgromadzona w cewce

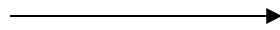
$$U_B = \frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi)$$



Porównanie: wahadło – oscylator LC

„coś co drga” →

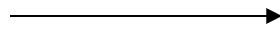
$x(t)$



$q(t)$

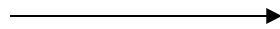
Wahadło sprężynowe

k



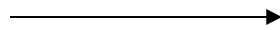
$1/C$

$v = dx/dt$



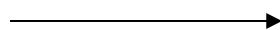
$i = dq/dt$

m



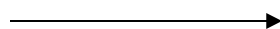
L

$E_k = mv^2/2$



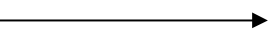
$U_B = Li^2/2$

$E_P = kx^2/2$



$U_E = q^2/C2$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

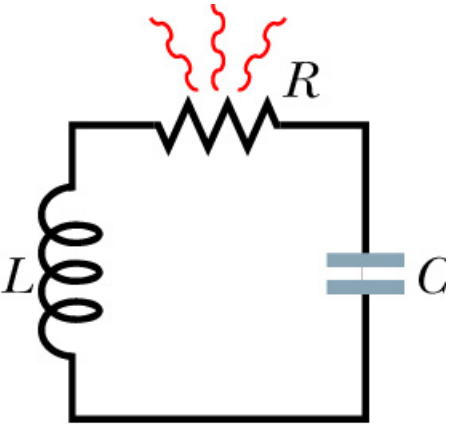


$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Oscylator LC

Drgania tłumione, przykład: obwód *RLC*

Wypromieniowana energia w postaci ciepła Joule'a.



Energia zgromadzona na C i L

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

ubytek tej energii równy jest ciepłu Joule'a

$$\rightarrow \frac{dU}{dt} = -i^2 R$$

równanie drgań tłumionych

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

możliwym rozwiązaniem jest funkcja

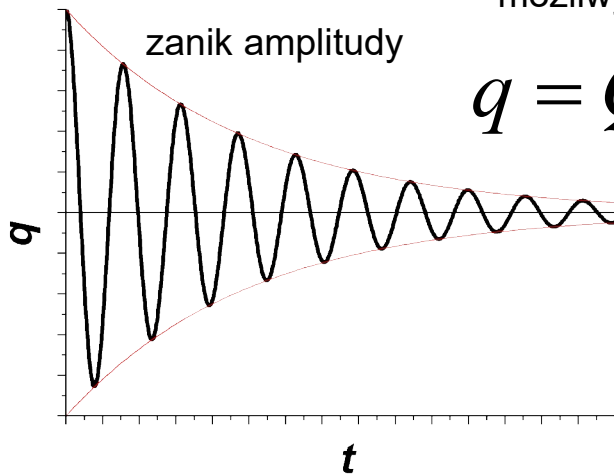
$$q = Qe^{-\gamma t} \cos(\omega' t + \phi)$$

następuje spowolnienie drgań:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - (R/2L)^2}$$

$$\gamma = R/2L \quad \text{współczynnik tłumienia}$$

$$\omega_0^2 = 1/(LC) \quad \text{częstość drgań własnych}$$



W ogólnym przypadku równanie drgań tłumionych:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

współczynnik tłumienia

częstotliwość drgań bez tłumienia

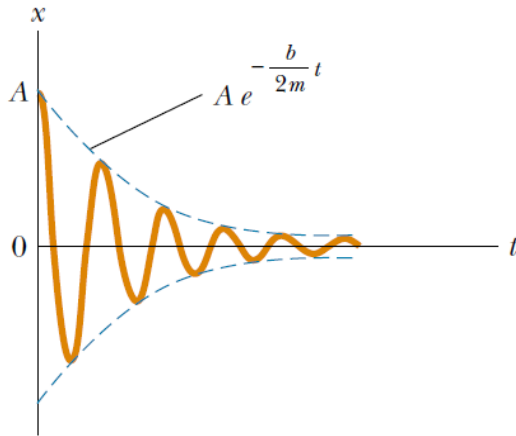
W wahadle sprężynowym:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\omega_0^2 = k/m \quad \gamma = b/2m$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - (b/2m)^2}$$

Drgania tłumione, przykład: wahadło sprężynowe



(a)

Siła, która tłumí drgania często jest proporcjonalna do wartości prędkości:

$$F_d = -b v$$

Więc równanie ruchu możemy zapisać:

$$\sum F_x = -kx - bv = ma_x$$

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

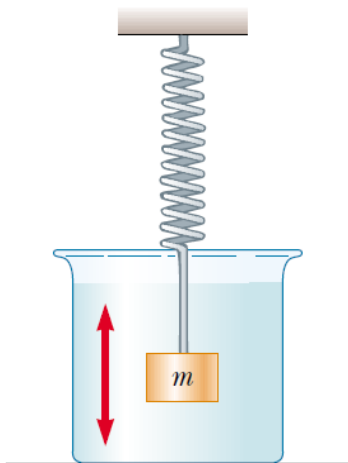
Możliwe rozwiązanie tego równania ma postać:

$$x = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \phi)$$

Gdzie drgania przyjmują następujące parametry::

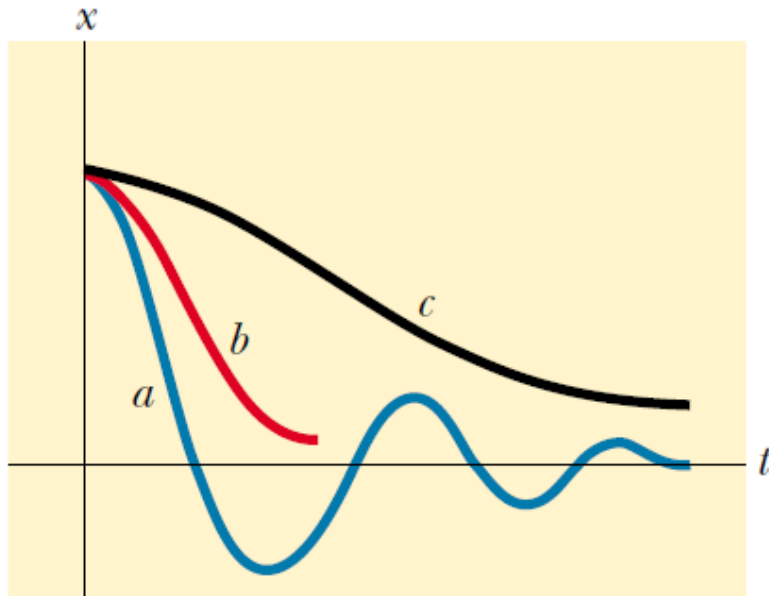
$$\omega_0^2 = k / m \quad \gamma = b / 2m$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - (b/2m)^2}$$



(b)

Drgania tłumione, przykład: wahadło sprężynowe



a) Drgania **tłumione** gdy:

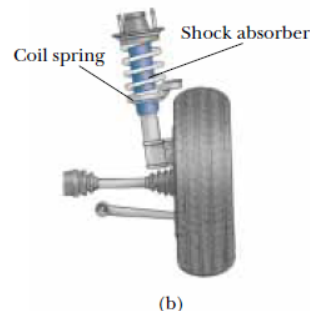
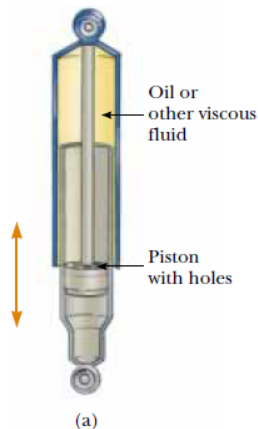
$$F_{d \max} = b v_{\max} < kA \quad \frac{b}{2m} < \omega_0$$

b) Drgania **tłumione krytyczne** gdy:

$$F_{d \max} = b v_{\max} = kA \quad \frac{b}{2m} = \omega_0$$

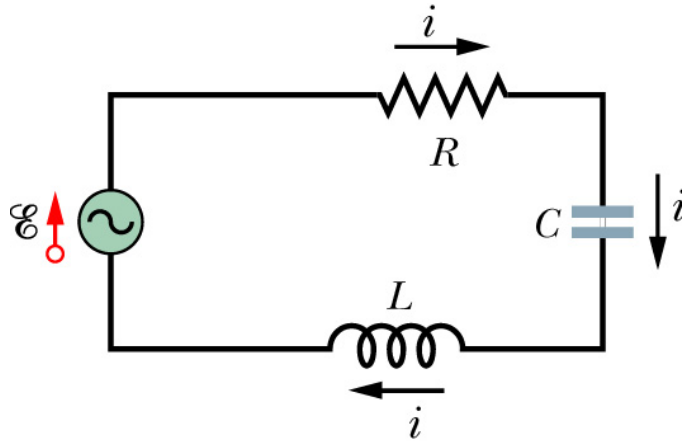
c) Drgania **aperiodyczne** gdy:

$$F_{d \max} = b v_{\max} > kA \quad \frac{b}{2m} > \omega_0$$



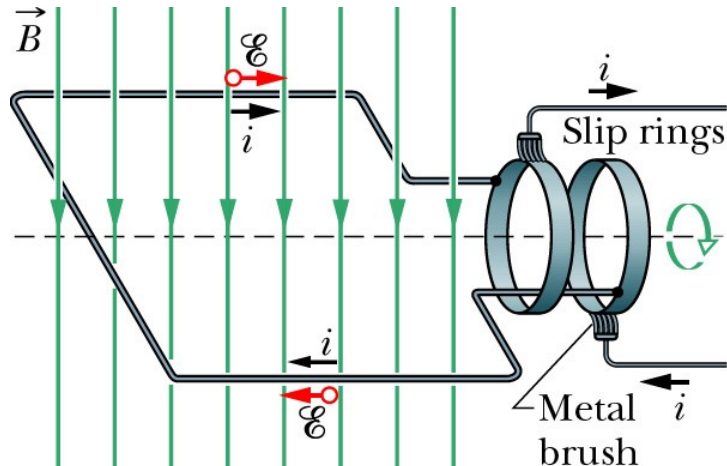
Drgania wymuszone, przykład: obwód *RLC*

układ RLC (drgający) pobudzany „siłą” zewnętrzną o częstości ω_d



Zmienna SEM o częstości ω_d wymusza prąd w obwodzie oscylujący w tej samej częstości, pomimo iż sam układ ma swoją „naturalną, własną” częstość drgań ω_0

Zmienna SEM $\mathcal{E}$ o częstości ω_d może być np. wytwarzana przez obracającą się ramkę w polu magnetycznym (prądnica)

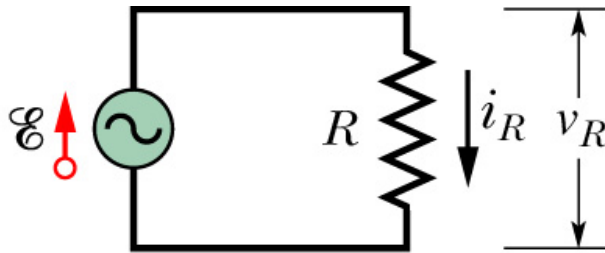


$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$$

ale prąd płynący w obwodzie (na skutek działania innych elementów) może „być przesunięty w fazie” o ϕ

$$i = I_m \sin(\omega_d t - \phi)$$

Drgania wymuszone – obwód R



$$\mathcal{E} - v_R = 0$$

$$v_R = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$$

$$v_R = V_R \sin \omega_d t$$

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega_d t$$

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi)$$

$$\phi = 0$$

prąd płynący w obwodzie
nie jest przesunięty fazie

amplituda prądu

$$I_R = \frac{V_R}{R}$$

$$X_R = R$$

Def. **reaktancji
opornościowej**

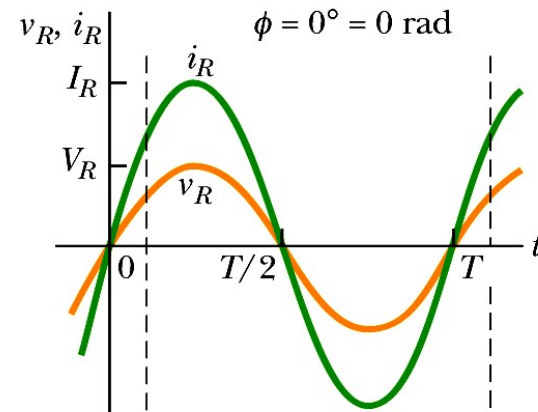
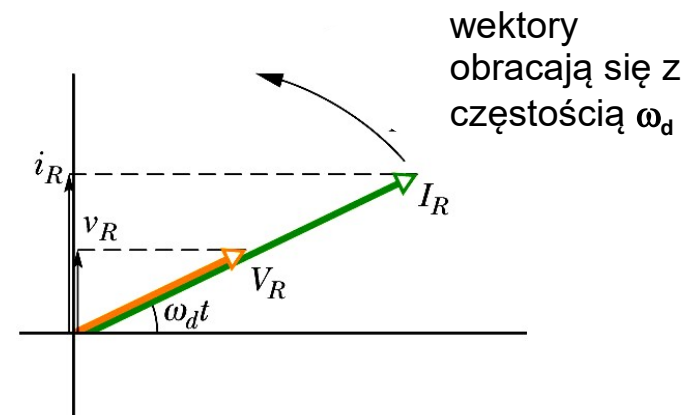
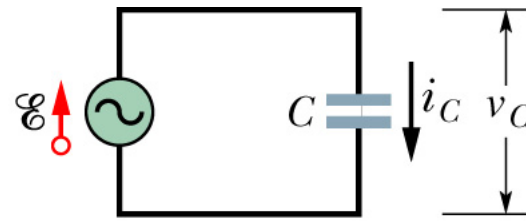


diagram wektorowy:



Drgania wymuszone – obwód C



$$v_C = V_C \sin \omega_d t$$

$$q_C = C v_C = C V_C \sin \omega_d t$$

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega_d C V_C \cos \omega_d t$$

ponieważ $\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t + 90^\circ)$

$$i_C = \frac{V_C}{X_C} \sin(\omega_d t + 90^\circ)$$

def. **reaktancji pojemnościowej**
(oporność pojemnościowa)

$$\phi = -90^\circ$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_d C}$$

gdzie $I_C = \frac{V_C}{X_C}$

prąd płynący w obwodzie jest przesunięty fazie o -90° .
prąd płynący w obwodzie „wyprzedza” napięcie na kondensatorze

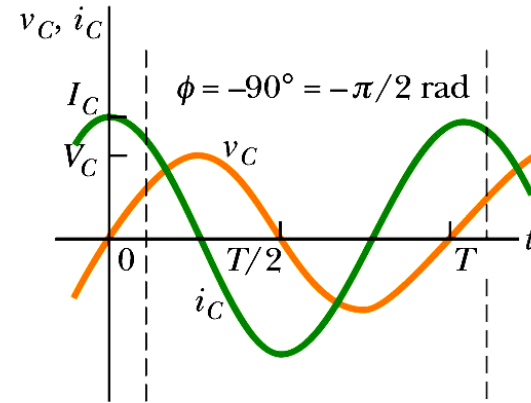
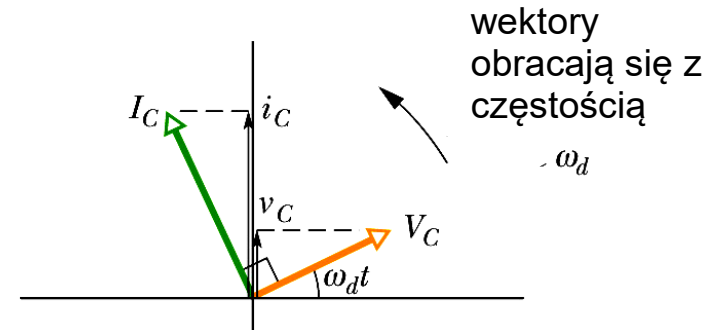
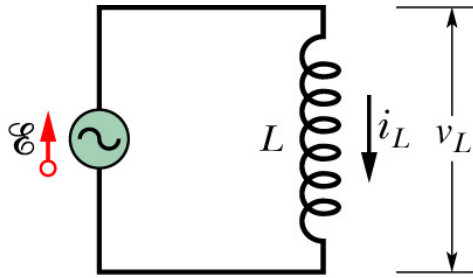


diagram wektorowy:



Drgania wymuszone – obwód L



$$v_L = V_L \sin \omega_d t$$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{v_L}{L} = \frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega_d t$$

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \sin \omega_d t dt = -\frac{V_L}{\omega_d L} \cos \omega_d t$$

ponieważ $-\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t - 90^\circ)$

$$i_L = \frac{V_L}{X_L} \sin(\omega_d t - 90^\circ) \quad \phi = 90^\circ$$

gdzie $I_L = \frac{V_L}{X_L} \quad X_L = \omega_d L$

def. **reaktancji indukcyjnej**
(oporność indukcyjna)

prąd płynący w obwodzie „opóźnia się”
w stosunku do napięcia na cewce

prąd płynący w obwodzie jest
przesunięty fazie o 90° .

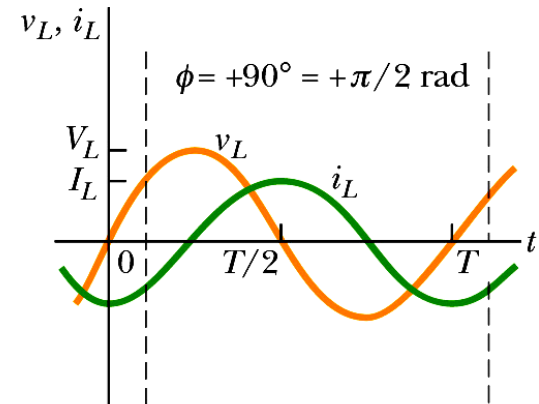
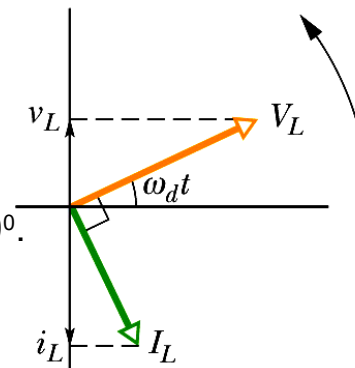
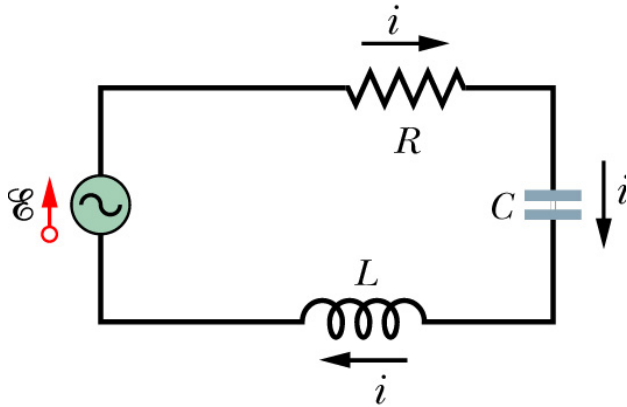


diagram wektorowy:



wektory
obracają się z
częstością ω_d

Drgania wymuszone – obwód RLC



„siła wymuszająca”

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$$

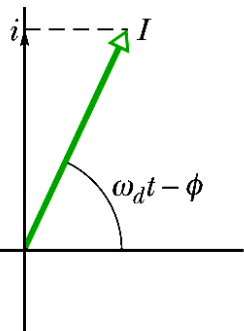
prąd w obwodzie

$$i = I_m \sin(\omega_d t - \phi)$$

Z II prawa Kirchoffa suma spadków napięć :

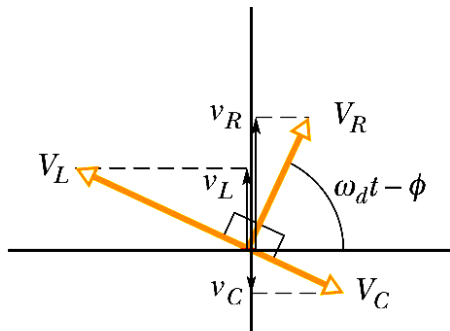
$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L$$

natężenie prądu w obwodzie:



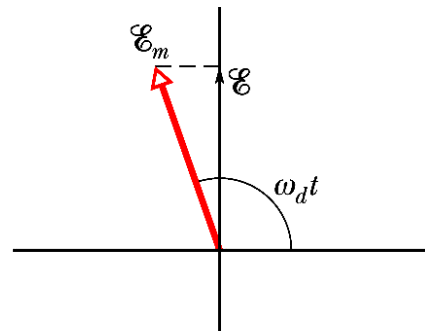
(a)

relacje między napięciami:



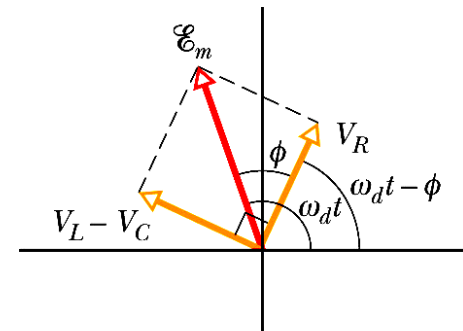
(b)

„siła” – napięcie wymuszające drgania:



(c)

„wektorowy bilans napięć”:



(d)

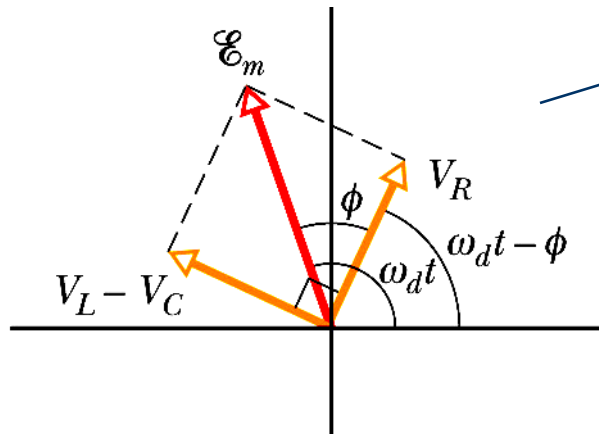
na oporności - prąd jest w fazie z napięciem
na pojemności - prąd wyprzedza napięcie o 90°
na indukcyjności – prąd „spóźnia się” do napięcia o 90°

V_R, V_C, V_L rzuty wektorów na os y

Drgania wymuszone – obwód RLC

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L \quad \leftarrow \text{Te napięcia są zmienne sinusoidalnie. To równanie jest spełnione dla dowolnej chwili czasu.}$$

Amplitudy tych napięć mają wektorową interpretację:



Zatem amplitudy napięć występują w relacji:

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2$$

Amplituda prądu płynącego w obwodzie:

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$$

Impedancja obwodu:

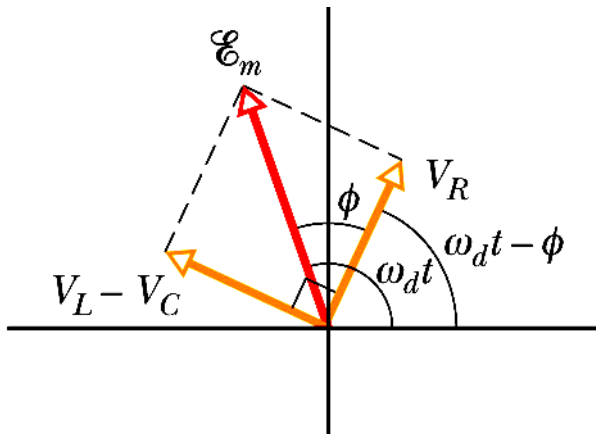
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Drgania wymuszone – obwód RLC

Przesunięcie fazowe pomiędzy „siłą”
wymuszającą a prądem w obwodzie
(patrz rysunek, kąt pomiędzy
wektorem $\mathcal{E}_m$ a I_R (taki sam jak V_R))

„bardziej indukcyjny”

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R}$$

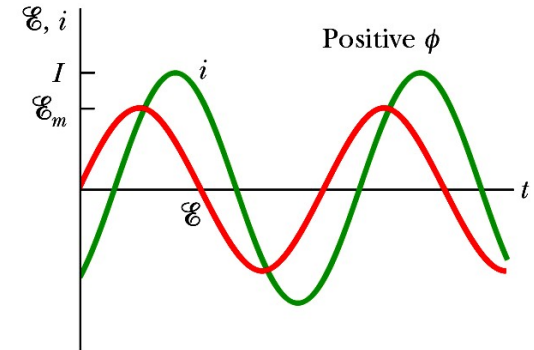
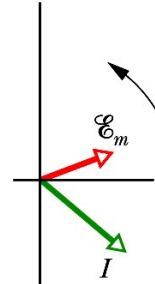


albo:

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

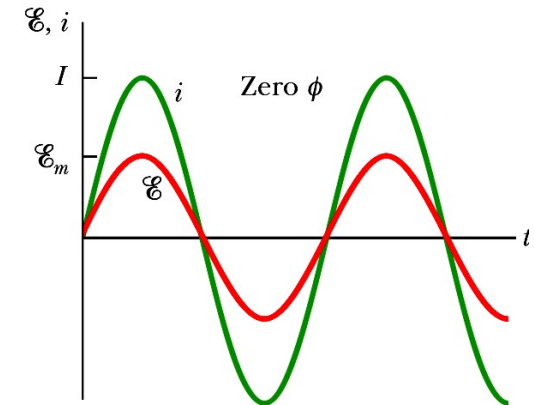
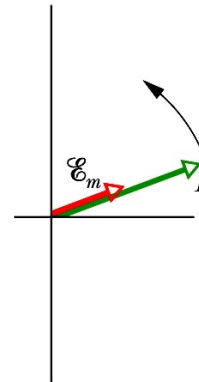
$$X_L > X_C$$

$$\phi > 0$$



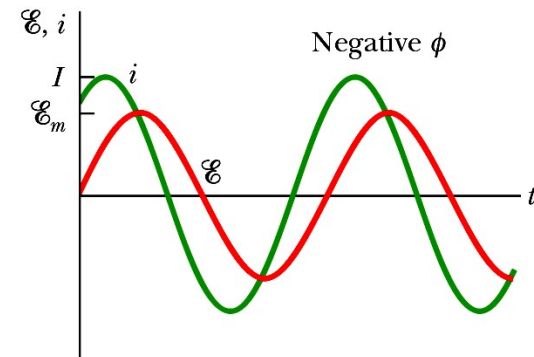
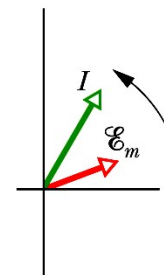
$$X_L = X_C$$

$$\phi = 0$$



$$X_L < X_C$$

$$\phi < 0$$



Drgania wymuszone – rezonans

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$$

jest maksymalny gdy: $X_L = X_C$ więc:

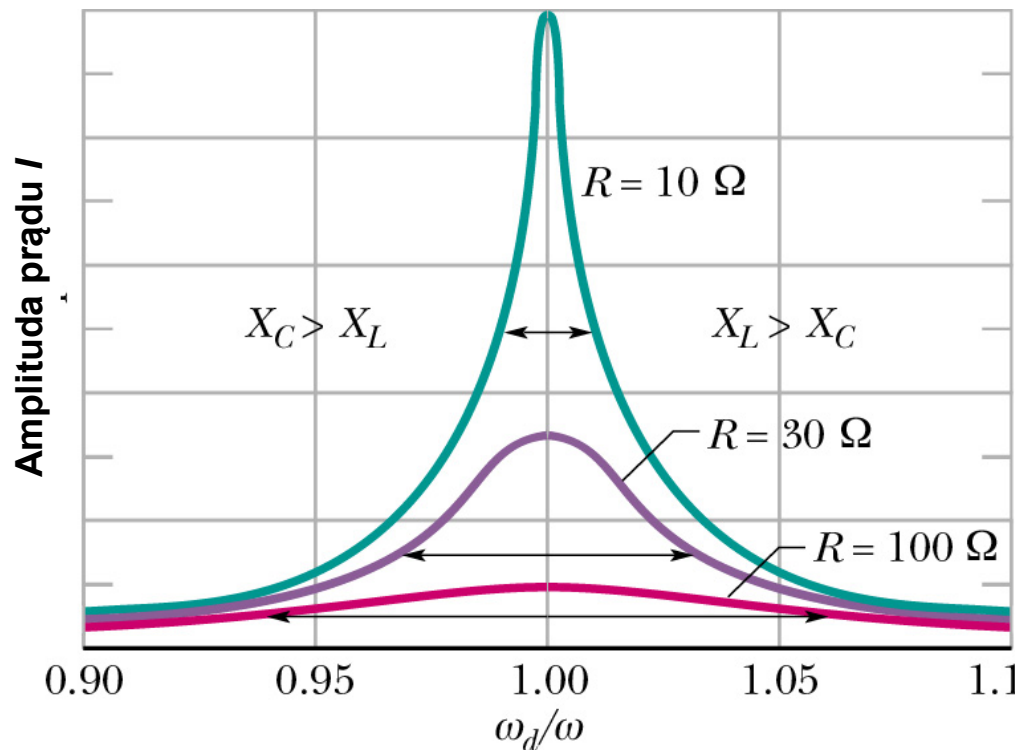
$$\omega_d L = \frac{1}{\omega_d C} \rightarrow \omega_d = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_d = \omega_0$$

Rezonans występuje wtedy gdy częstość drgań siły wymuszającej równa jest częstości drgań „własnych” układu.

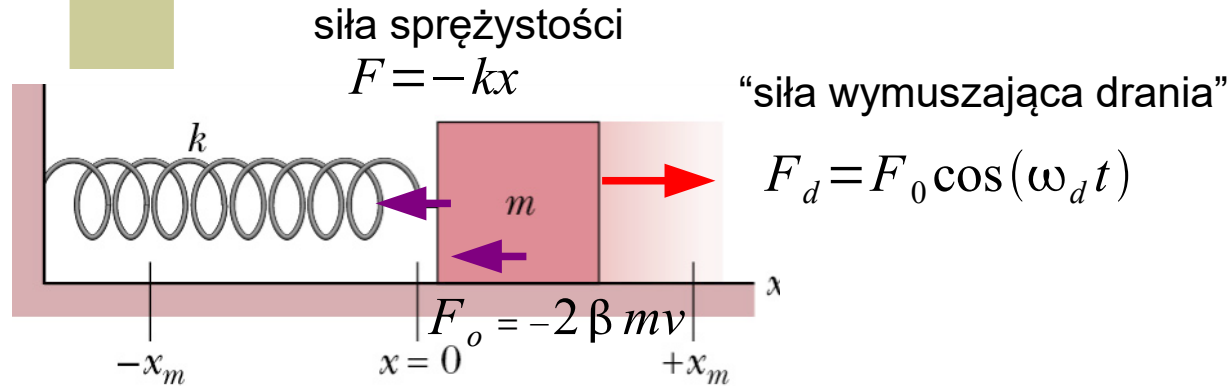
Amplituda drgań w obwodzie może być bardzo duża.

Energia doprowadzana przez zewnętrzną siłę gromadzi się w układzie. Gdy w obwodzie jest oporność (tłumienie) część tej energii zamienia się w ciepło (im większe R tym większe tłumienie).



Przykład: $L = 100 \mu\text{H}$, $C = 100 \text{ pF}$ oraz różne wartości R

Drgania wymuszone – rezonans



Różniczkowe równanie drgań ma postać:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} F_d(t)$$

Wahadło wchodzi w stan ustalonych drgań wymuszonych o tej samej częstotliwości co siła wymuszająca :

$$x = A \cos(\omega_d t + \phi_0)$$

Drgania są przesunięte w fazie o ϕ_0

Po obliczeniach można wykazać że: amplituda przyjmuje wartości:

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + 4\beta^2 \omega_d^2}}$$

$$\tan \phi_0 = \frac{-2\beta \omega_d}{\omega_0^2 - \omega_d^2}$$

gdzie

ω_0 częstość nietłumionych drgań własnych

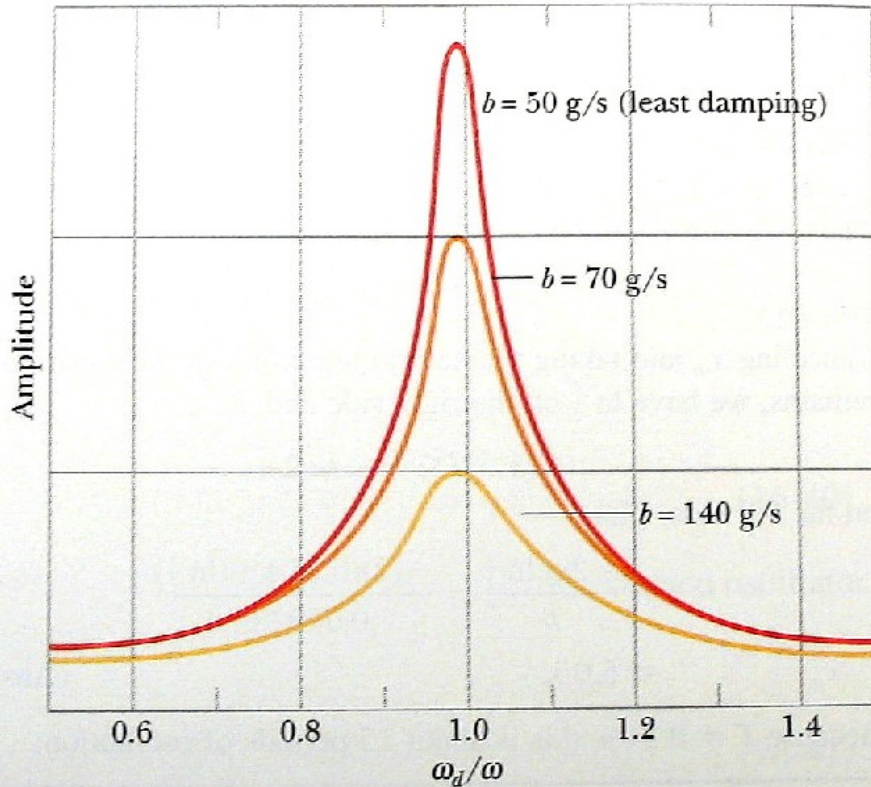
ω_d częstość drgań wymuszonych

Drgania wymuszone – rezonans

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + 4\beta \omega_d^2}}$$

Amplituda wychylenia wahadła osiąga wartość maksymalną przy częstotliwości kołowej drgań:

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

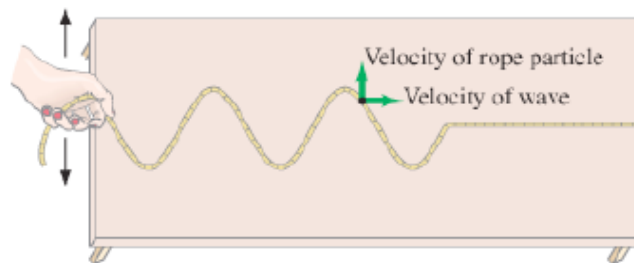
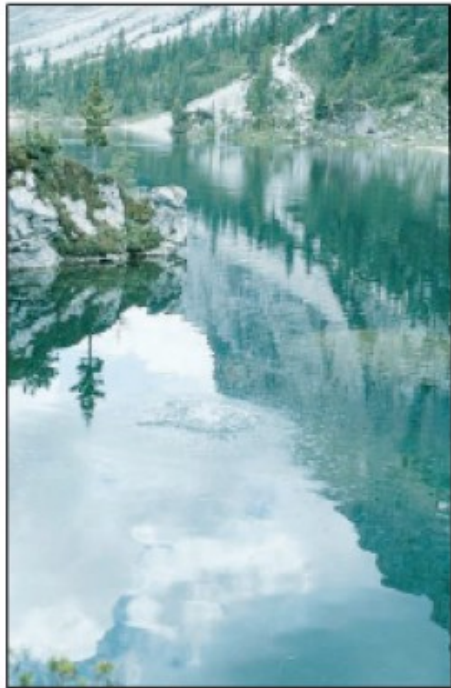


Szybki wzrost amplitudy przy zbliżaniu się częstotliwości siły wymuszającej do wartości ω_{rez} nazywamy zjawiskiem **rezonansu mechanicznego**

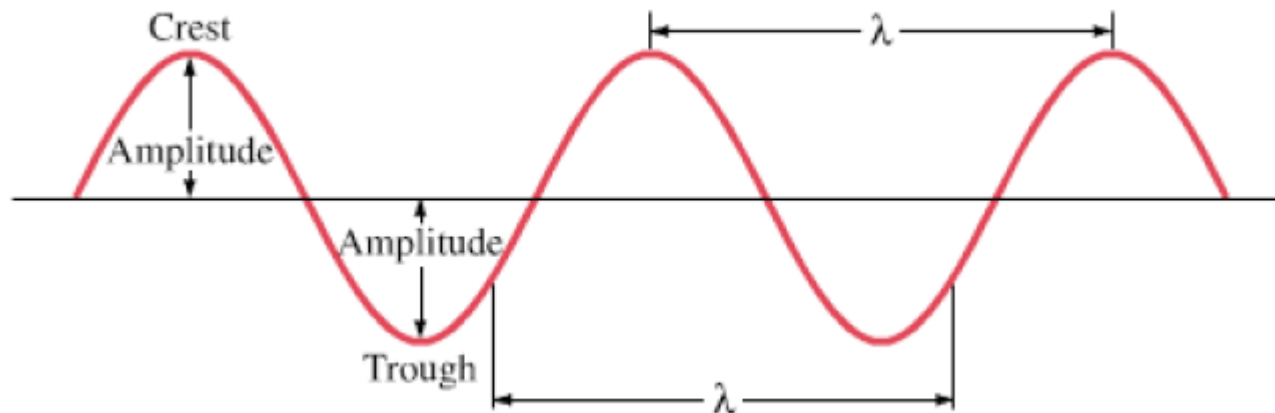
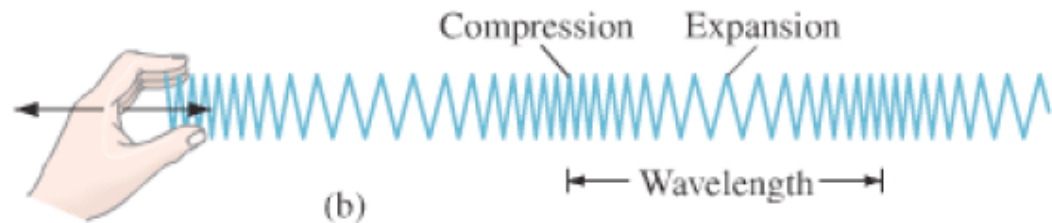
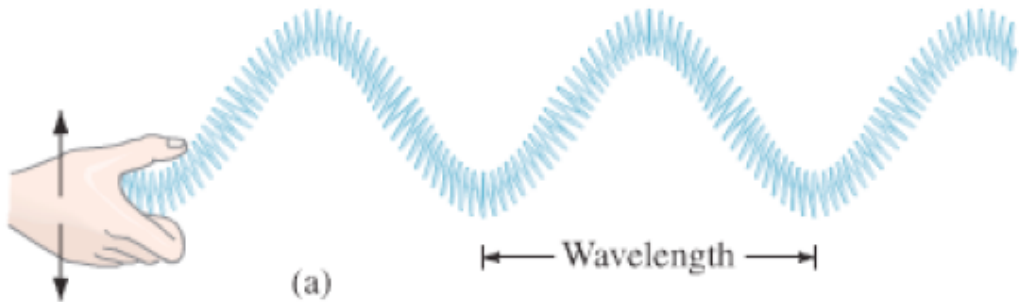
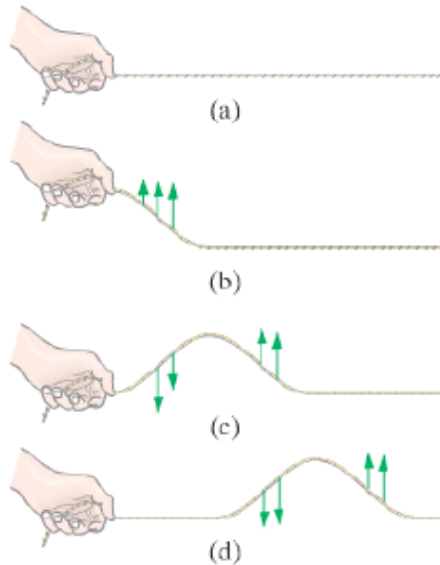
W miarę wzrostu wartości β maksima krzywych rezonansowych szybko maleją ($A_{max} \sim 1/\beta$)

Straty energii układu drgającego, wywołane przez siły oporów są całkowicie skompensowane przez pracę wykonaną nad układem przez siłę wymuszającą

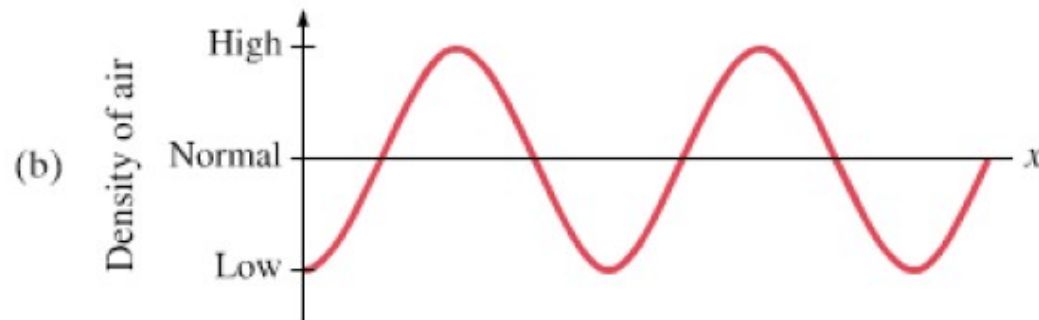
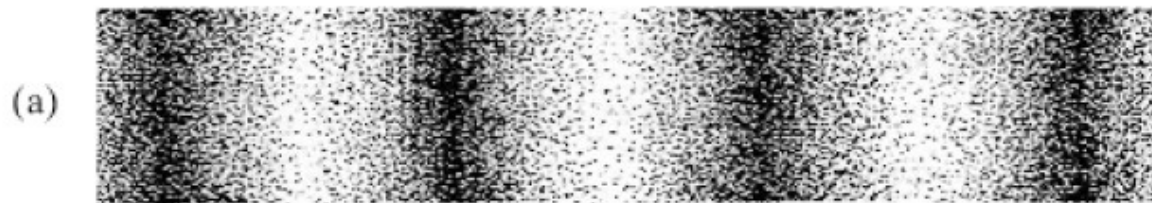
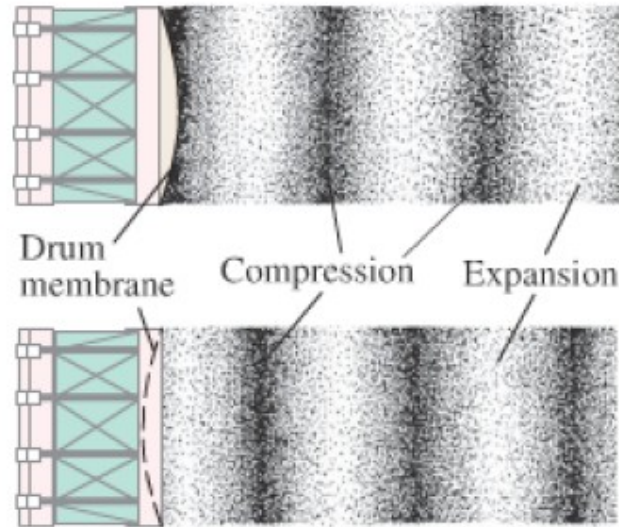
Ruch falowy



Ruch falowy-fale mechaniczne



Fale podłużne – np. fale dźwiękowe



Ruch falowy-fale powierzchniowe

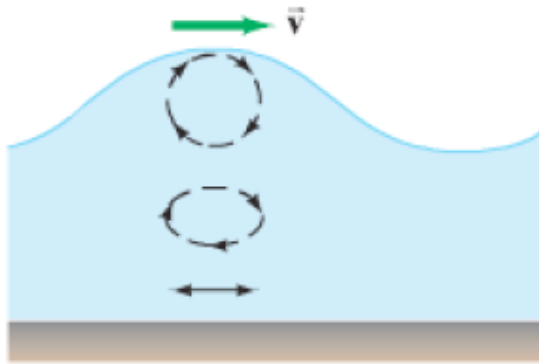
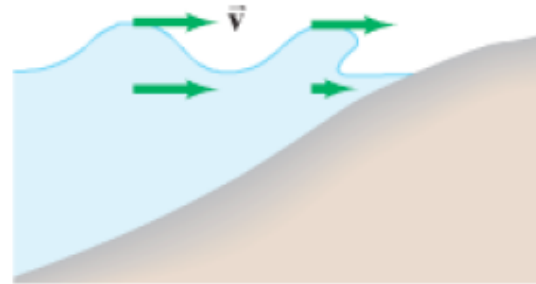


FIGURE 11-28 A water wave is an example of a *surface wave*, which is a combination of transverse and longitudinal wave motions.

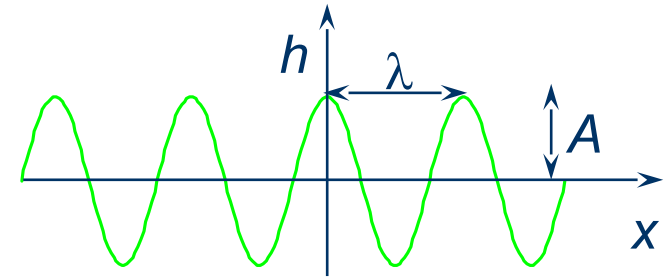
FIGURE 11-29 How a wave breaks. The green arrows represent the local velocity of water molecules.



Matematyczne równanie falowe

Matematyczne równanie falowe (jednowymiarowe):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$



rozwiązaniem mogą być funkcje typu:

$$h(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

albo:

$$h(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

albo kombinacje liniowe tych funkcji
– co fizycznie oznacza możliwość
„nakładania się fal”

A = amplituda

λ = długość fali

f = częstotliwość

ω = częstość kołowa

T = okres fali

v = prędkość fali

k = liczba falowa

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Energia transportowana przez fale

Dla drgającej cząstki energia: $E = \frac{1}{2} k A^2$

Dlatego natężenie fali wynosi

$$I = \frac{\text{energia/czas}}{\text{powierzchnia}} \propto A^2$$

Gdy fala rozchodząca się w przestrzeni jest falą kulistą

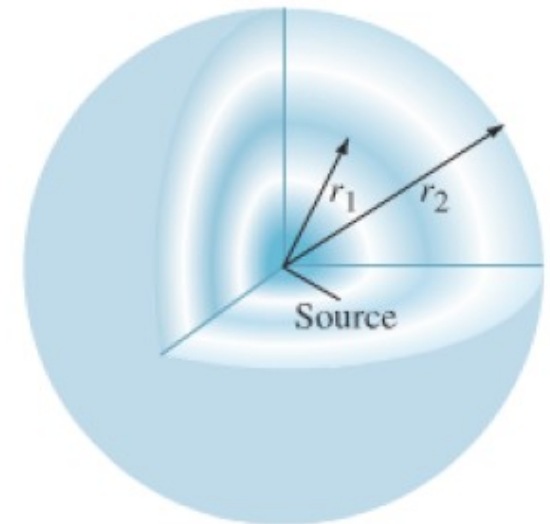
$$I = \frac{\text{moc}}{\text{powierzchnia}} \propto \frac{\text{moc}}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

I w tym przypadku amplituda maleje zgodnie z :

$$I \propto A^2 \propto \frac{1}{r^2}$$

$$A \propto \frac{1}{r}$$

FIGURE 11–30 A wave traveling outward in three dimensions from a source is spherical. Two crests (or compressions) are shown, of radii r_1 and r_2 .



Natężenie fali, zależność od amplitudy i częstotliwości

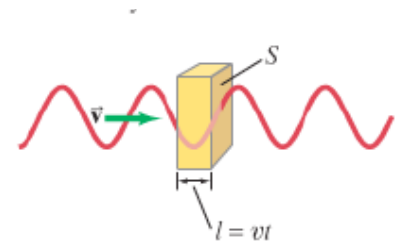
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$k = \omega^2 m$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \omega^2 m A^2$$

$$I = \frac{\text{energia/czas}}{\text{powierzchnia}}$$

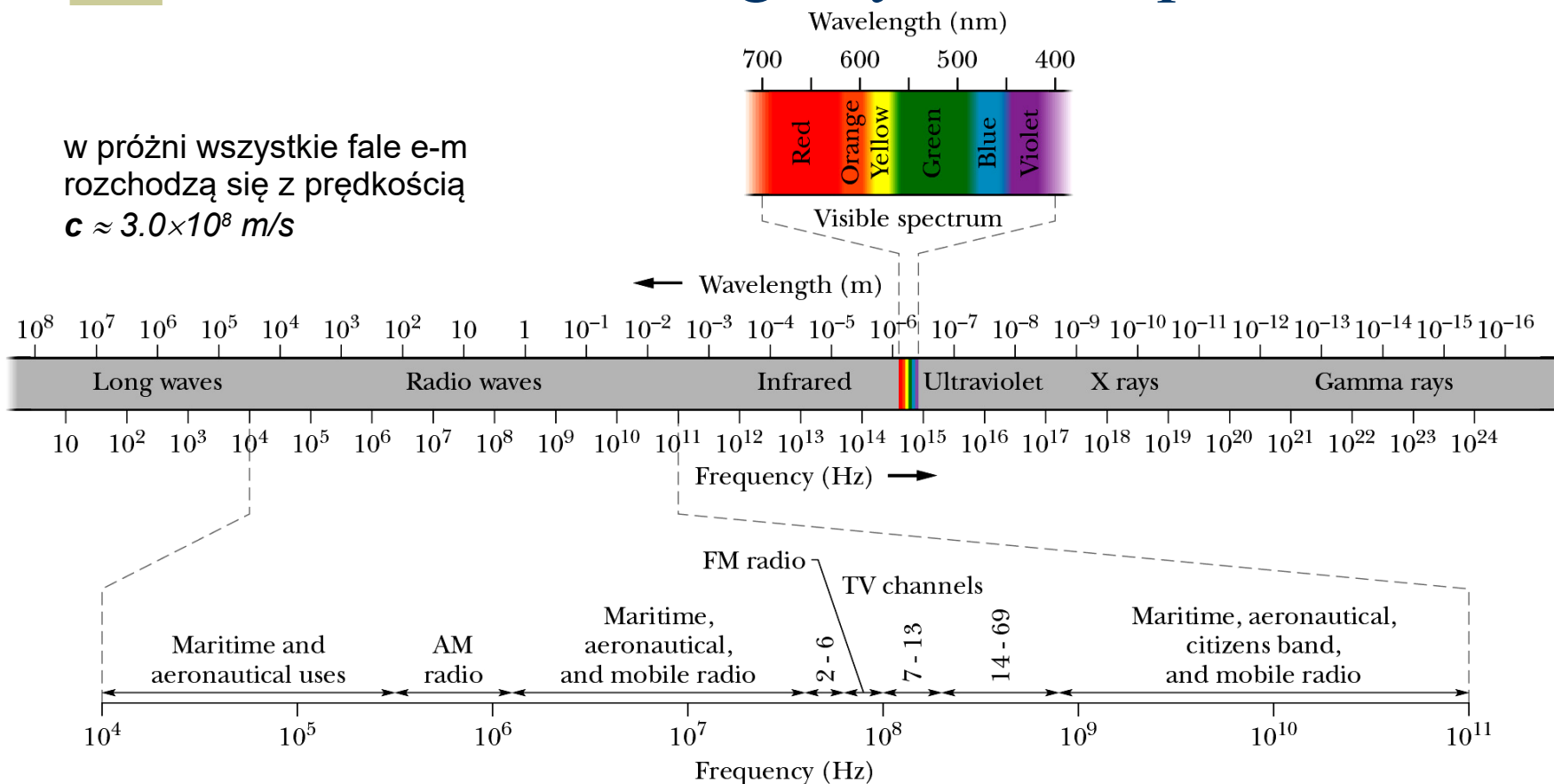
$$I = \frac{\text{moc}}{\text{powierzchnia}}$$

$$I \propto \omega^2 A^2$$



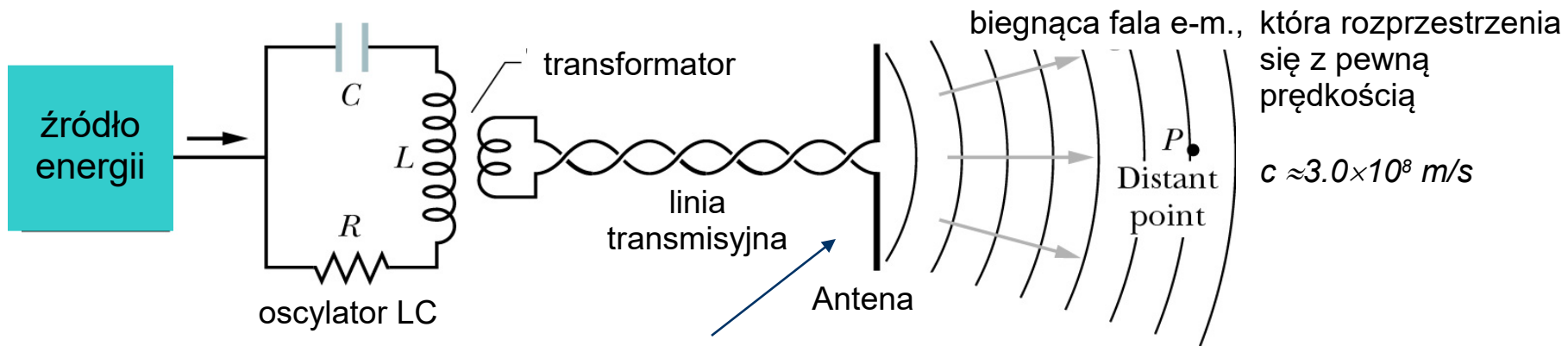
Fale elektromagnetyczne – spektrum

w próżni wszystkie fale e-m
rozchodzą się z prędkością
 $c \approx 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$



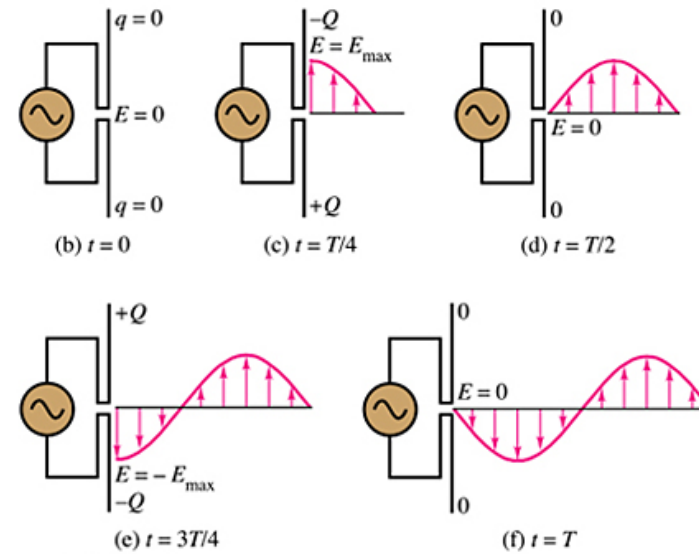
- James Clerk Maxwell (w połowie XIX w.) wykazał, że światło jest falą elektromagnetyczną = **rozprzestrzeniającą się falą zmiennego pola elektrycznego i magnetycznego**.
- Światło widzialne podlega prawom elektrodynamiki.
- Zakres fal elektromagnetycznych rozciąga się o wiele szerzej niż zakres światła widzialnego.

Fale elektromagnetyczne – jak powstają



antena to drgający dipol elektryczny w którym oscyluje ładunek elektryczny

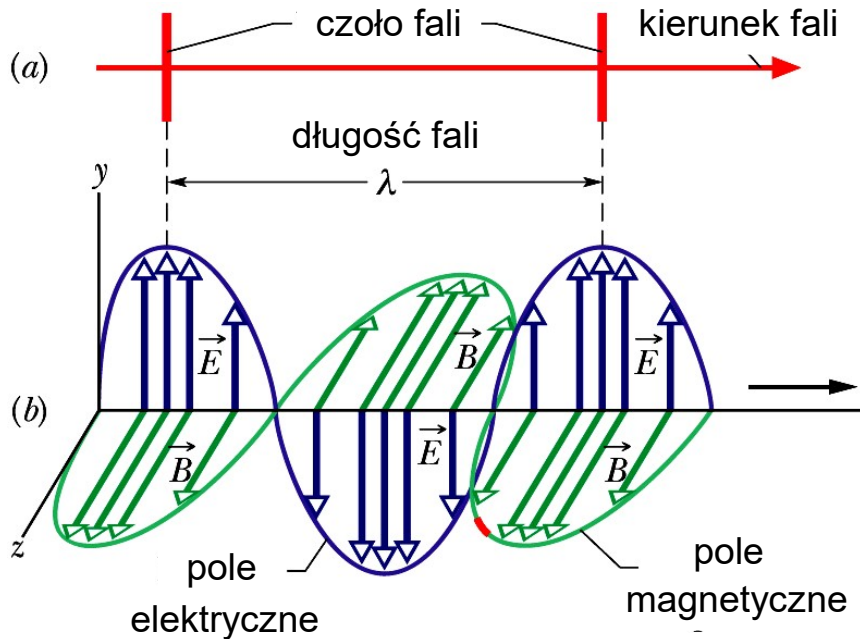
- Fale elektromagnetyczne o wysokich częstotliwościach (promieniowanie X, gamma, światło widzialne) są emitowane przez obiekty o rozmiarach atomów – decydują efekty znane w fizyce „kwantowej”.
- Fale elektromagnetyczne o niższych częstotliwościach mogą być generowane przez obwody drgające LC



- **Falę e-m. emituje ładunek elektryczny, który porusza się ruchem przyspieszonym!**

Fale elektromagnetyczne – czym są

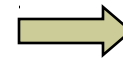
Model fali e-m:



- Fale elektromagnetyczne to drgające pole elektryczne i magnetyczne rozchodzące się w przestrzeni (te drgające pola indukują się nawzajem tworząc falę)
- Wektory pól elektrycznego i magnetycznego są do siebie prostopadłe
- Wektory pól elektrycznego i magnetycznego drgają prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali e-m, więc iloczyn wektorowy $\vec{E} \times \vec{B}$ wskazuje ten kierunek.
- Fale e-m są falami „poprzecznymi”

Z równań Maxwell’a wynikają ważne zależności

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$



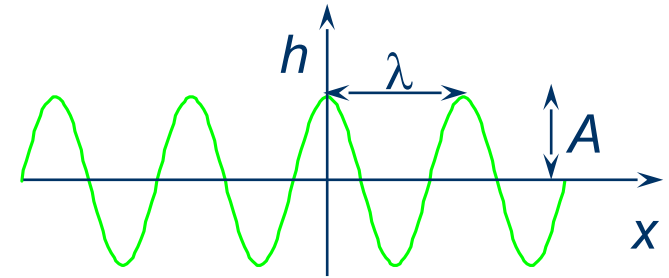
$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$
$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

Są to “równania falowe” – opisują drgania falowe wektorów B i E

Matematyczne równanie falowe

Matematyczne równanie falowe (jednowymiarowe):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$



rozwiązaniem mogą być funkcje typu:

$$h(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

albo:

$$h(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

albo kombinacje liniowe tych funkcji
– co fizycznie oznacza możliwość
„nakładania się fal”

A = amplituda

λ = długość fali

f = częstotliwość

ω = częstość kołowa

T = okres fali

v = prędkość fali

k = liczba falowa

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Fale elektromagnetyczne – zależności między E i B

z prawa indukcji
Faraday'a

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

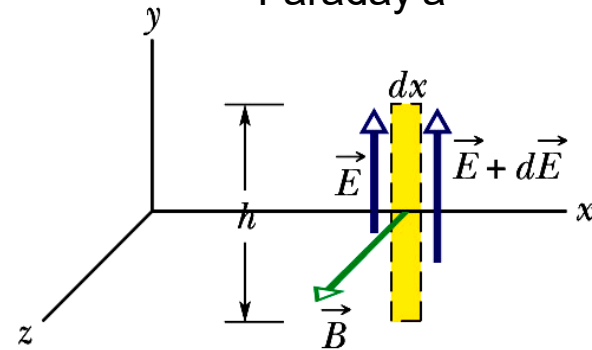
$$\Phi_B = (B)(h dx)$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = h dx \frac{dB}{dt}$$

$$h dE = -h dx \frac{dB}{dt}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = h dE$$



z prawa indukcji
Maxwell'a

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

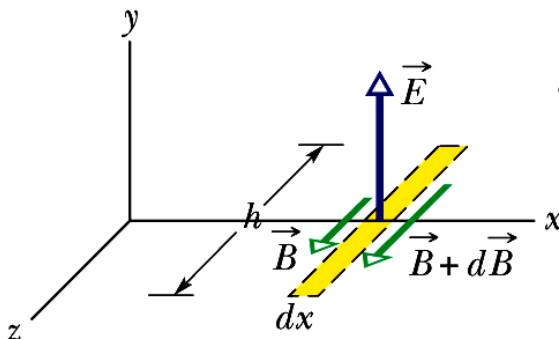
$$\Phi_E = (E)(h dx)$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = h dx \frac{dE}{dt}$$

$$-h dB = h dx \frac{dE}{dt}$$

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -(B + dB)h + Bh = -h dB$$



Fale elektromagnetyczne – zależności między E i B

ponieważ $E = E_m \sin(kx - \omega t)$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

to:

z def. prędkości fali

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \longrightarrow \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= kE_m \cos(kx - \omega t) \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= -\omega B_m \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} \frac{\omega}{k} &= c \\ \frac{E_m}{B_m} &= c \end{aligned} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} &= kB_m \cos(kx - \omega t) \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= -\omega E_m \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \longrightarrow \frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 (\omega / k)} \quad (2)$$

$$\frac{E}{B} = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Transport energii i wektor Pointing'a

- Fale elektromagnetyczne niosą energię!
- Wartość energii przenoszonej przez falę na jednostkę powierzchni i na jednostkę czasu jest opisywana przez **wektor Poiting'a**

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{Liczbowo:} \quad S = \left(\frac{\text{energia / czas}}{\text{powierzchnia}} \right) = \left(\frac{\text{moc}}{\text{powierzchnia}} \right) \left[\frac{J}{s \, m^2} = \frac{W}{m^2} \right] \quad \text{wymiar}$$

$$S = \frac{1}{\mu_0} E B = \frac{1}{c\mu_0} E^2 = \frac{c}{\mu_0} B^2$$

- Fala e-m przenosi energię zarówno w polu elektrycznym i magnetycznym, każde z nich przenosi tyle samo energii

- gęstość energii pola elektrycznego i magnetycznego są sobie równe wzdłuż całej fali e-m.

$$u_E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 (cB)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 B^2}{2\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{B^2}{2\mu_0} = u_B$$

- Można definiować tzw. „intensywność” padającej energii fali jako średnia wartość S

$$I = S_{\text{średnie}} = \left(\frac{\text{energia / czas}}{\text{powierzchnia}} \right)_{\text{średnie}} = \frac{1}{c\mu_0} \left[E_m^2 \sin^2(kx - \omega t) \right]_{\text{średnie}} = \frac{1}{2c\mu_0} E_m^2 = \frac{1}{c\mu_0} E_{sk}^2$$

$$\left[\sin^2(kx - \omega t) \right]_{\text{średnie}} = \frac{1}{2}$$

Transport pędu, ciśnienie wywierane przez fale e.-m.

- Fale elektromagnetyczne niosą także pęd! Tzn. że mogą wywierać ciśnienie na obiekty na które padają. Ale ciśnienie to jest stosunkowo małe.

- zakładając, że w czasie Δt na powierzchnię pada promieniowanie o energii U
- obiekt całkowicie pochłania promieniowanie
- to pęd jaki otrzymał obiekt wynosi:

$$p = \frac{U}{c} \quad (\text{całkowita absorpcja})$$

- jeśli obiekt całkowicie odbija promieniowanie
- to pęd jaki otrzymał obiekt wynosi:

$$p = \frac{2U}{c} \quad (\text{całkowite odbicie})$$

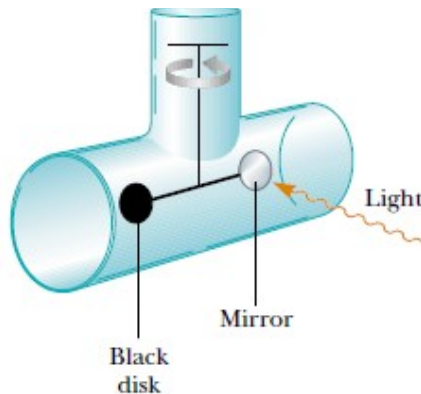


Figure 34.8 An apparatus for measuring the pressure exerted by light. In practice, the system is contained in a high vacuum.



Courtesy of NASA

Figure 34.9 Mariner 10 used its solar panels to "sail on sunlight."

Transport pędu, ciśnienie wywierane przez fale e.-m.

- Ciśnienie wywierane przez fale e.-m. można wyrazić:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{(dU/dt)}{A}$$

gdzie $(dU/dt)/A$ stanowi wektor Pointinga $\mathbf{S}$

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{całkowita absorpcja})$$

$$P = \frac{2S}{c} \quad (\text{całkowite odbicie})$$

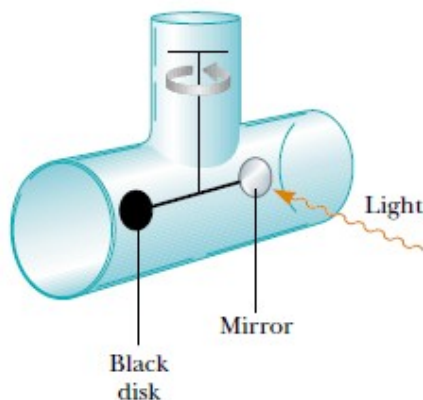


Figure 34.8 An apparatus for measuring the pressure exerted by light. In practice, the system is contained in a high vacuum.



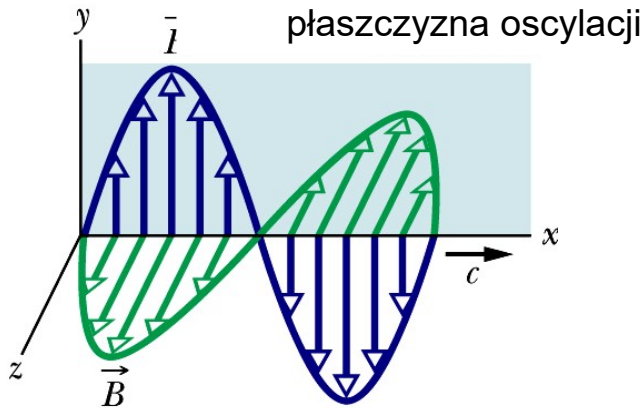
Courtesy of NASA

Figure 34.9 Mariner 10 used its solar panels to "sail on sunlight."

Promieniowanie słoneczne daje ciśnienie na powierzchni Ziemi ok. $4.57 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$

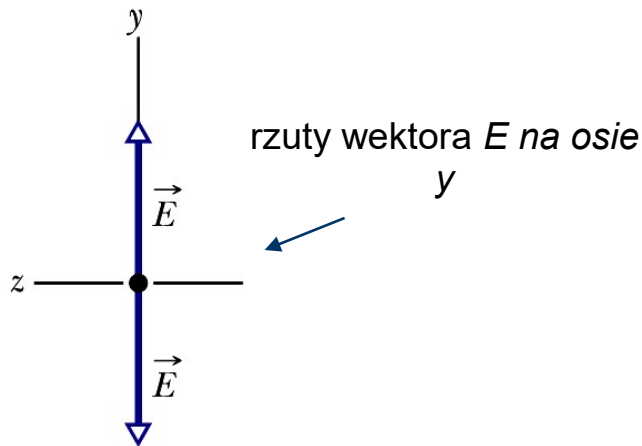
Polaryzacja fali elektromagnetycznej

Fale elektromagnetyczne **spolaryzowane liniowo**



(a)

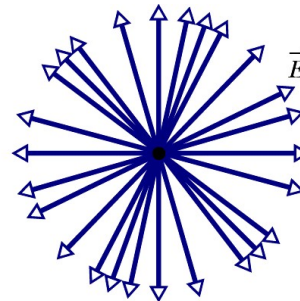
wektor E drga w jednej płaszczyźnie



(b)

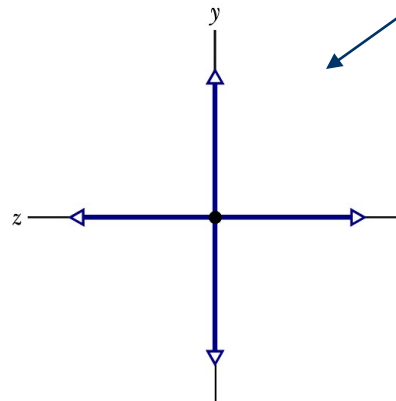
Fale elektromagnetyczne **niespolaryzowane**

– wektor E drga w różnych przypadkowych płaszczyznach przypadkowo



(a)

można przedstawić to jako złożenie dwóch fal spolaryzowanych liniowo o prostopadłych płaszczyznach polaryzacji



(b)

Polaryzatory

Polaryzator „przepuszcza” tylko jedną składową wektora natężenia pola E

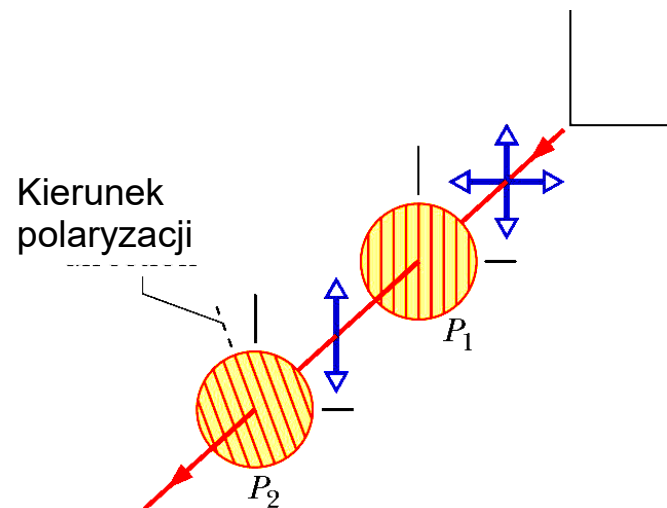
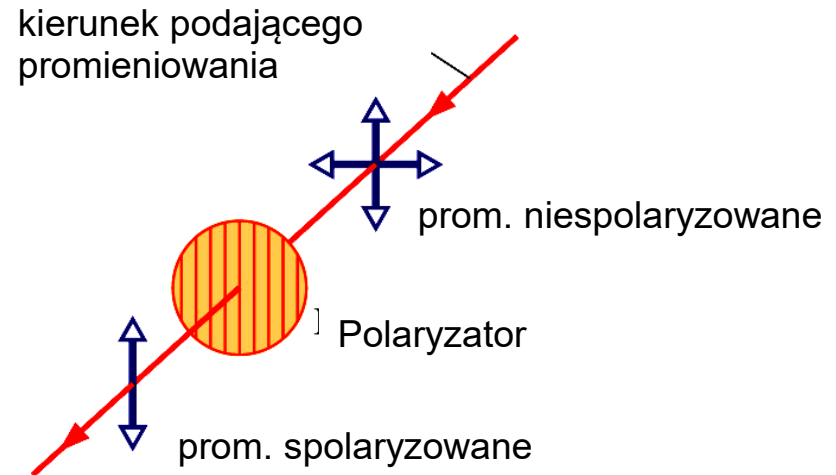
dlatego natężenie promieniowania zmniejsza się dwukrotnie

$$I = \frac{I_0}{2}$$

Odpowiednio ustawione polaryzatory mogą „skręcać” płaszczyznę polaryzacji

ale natężenie promieniowania zmniejsza się

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$



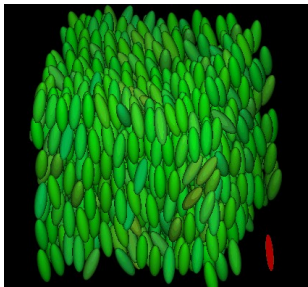
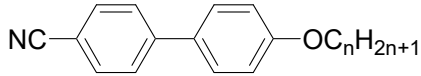
Przykład:

Skręcanie płaszczyzny polaryzacji przez ciekłe kryształy

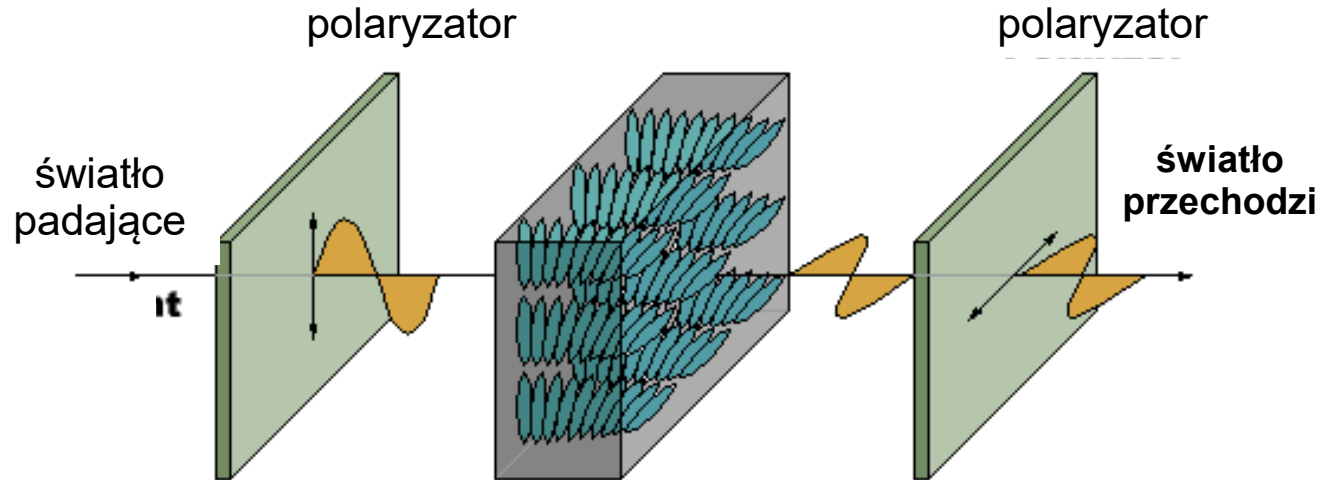
ciekłe kryształy – substancje organiczne, które mają cząsteczki o długich molekułach (które są dipolami elektrycznymi)

→

μ



odpowiednio ustawione długie cząsteczki decydują o własnościach optycznych ciekłych kryszt.



ciekły kryształ: skręcony nematyk

