

POLE MAGNETYCZNE

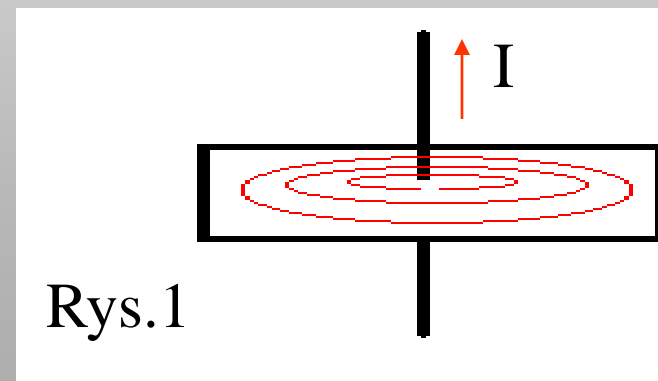
- Magnetyczna siła Lorentza
- Prawo Ampere'a

Doświadczenie Oersteda

W 1820 r. Hans C. Oersted odkrywa niezwykle interesujące zjawisko. Przepuszczając prąd elektryczny nad igielką magnetyczną, zauważył jej wychylenie. Dzięki temu doświadczeniu stwierdzono że:

Przepływowi prądu towarzyszy powstanie pola magnetycznego, które zmienia kierunek igły magnetycznej.

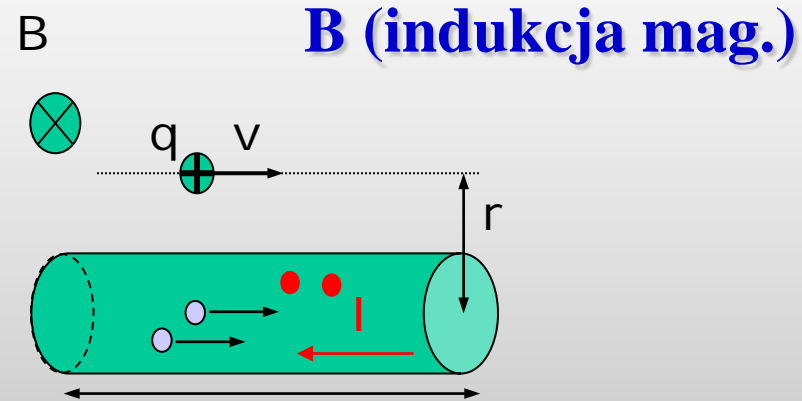
Pole to ma charakter wirowy. Możemy sprawdzić to sypiąc drobne opiłki na karton przebity przewodnikiem, w którym płynie prąd elektryczny o dużym natężeniu (rys.1).



POLE MAGNETYCZNE

Oddziaływanie prądów odbywa się za pośrednictwem pola nazywanego **polem magnetycznym**. Z doświadczenia OERSTEDA wynika, że pole mag ma charakter kierunkowy i powinno być charakteryzowane wielkością wektorową. Wielkość tę przyjęto oznaczać literą

$$|\vec{B}| = \frac{F_m}{df} = \frac{q\mathbf{v}}{r^2}$$

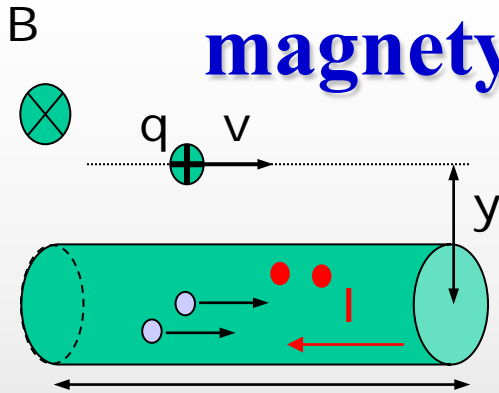


Pole magnetyczne jest relatywistyczną formą siły Coulomba.

Jednostką indukcji magnetycznej jest:

$$[B] = \frac{N}{C \frac{m}{s}} = \frac{N}{Am} = T (\text{tesla})$$

Dla przewodnika z prądem pole magnetyczne wyraża się zależnością.



$$B = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 c^2} \cdot \frac{2I}{y}$$

(Odległość od przewodnika.)

,gdzie

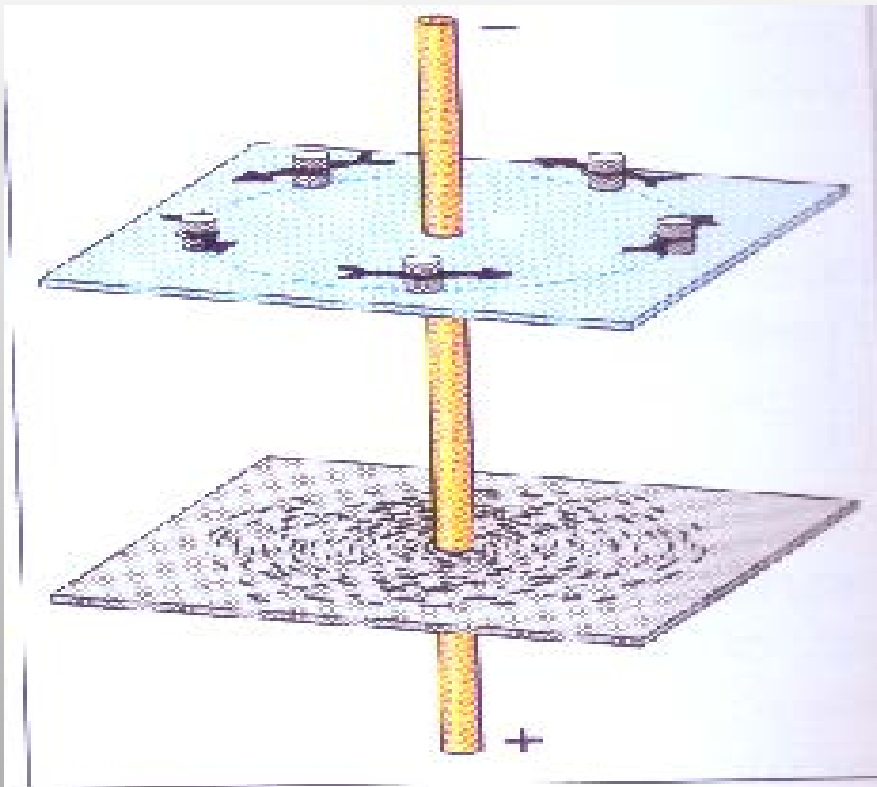
(Przenikalność mag. próżni.)

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0 c^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}, \text{ a } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{A^2} \right]$$

,więc wartość pola mag. wytworzonego przez przewodnik z prądem w odległości r od przewodnika wynosi:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r}$$

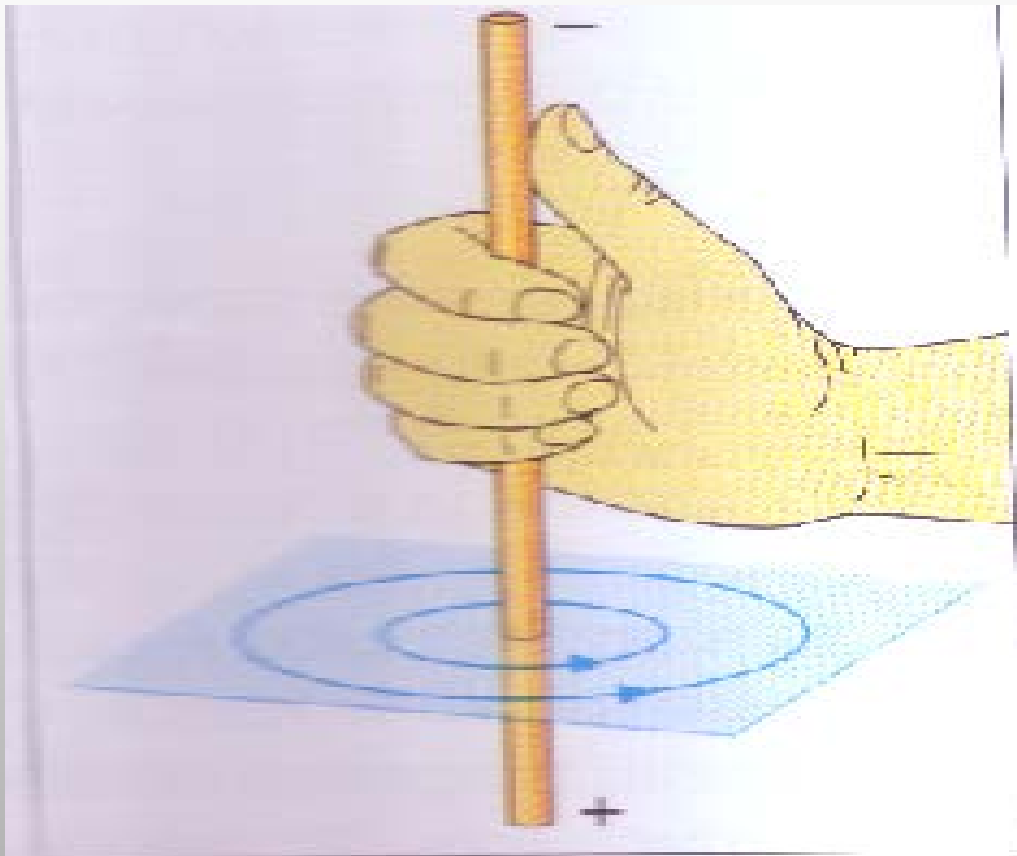
Pole magnetyczne wokół przewodników prostych



2. Obraz przebiegu linii pola magnetycznego wokół przewodnika z prądem

Ułożenie opiłków rozsypanych na kartoniku wokół pionowo ustawionego przewodnika, przez który przepływa prąd elektryczny, dowodzi istnienia pola magnetycznego. Linie pola magnetycznego przebiegają koleńce wokół każdego przewodu z prądem. Nie ma przy tym znaczenia z jakiego materiału został wykonany przewodnik.

Reguła prawej dłoni



Jeśli obejmie się w (myślach!) przewód prawą dłonią w ten sposób, że wyciągnięty kciuk wskazuje kierunek przepływu prądu (od plusa do minusa), wtedy zgięte palce wskazują zwrot linii pola magnetycznego

3. Zasada prawej dłoni pozwala ustalić kierunek pola magnetycznego

Układ CGS a układ SI

Wymiar **pola elektrycznego** w układzie SI, a **pola magnetycznego**:

$$[\vec{E}] = [\vec{v} \vec{B}]$$

Natomiast w układzie CGS mamy:

$$\vec{F} = \frac{q\vec{v}}{c} \times \vec{B} [Gs] gauss$$

Wtedy **pole magnetyczne** ma taki sam wymiar jak **pole elektryczne**:

$$[\vec{B}] = [\vec{E}] \quad \text{czyli} \quad \vec{B}_{SI} \Leftrightarrow \frac{\vec{B}_{CGS}}{c} \quad \text{gdzie}$$

$$1T = 10kGs$$

Siła magnetyczna

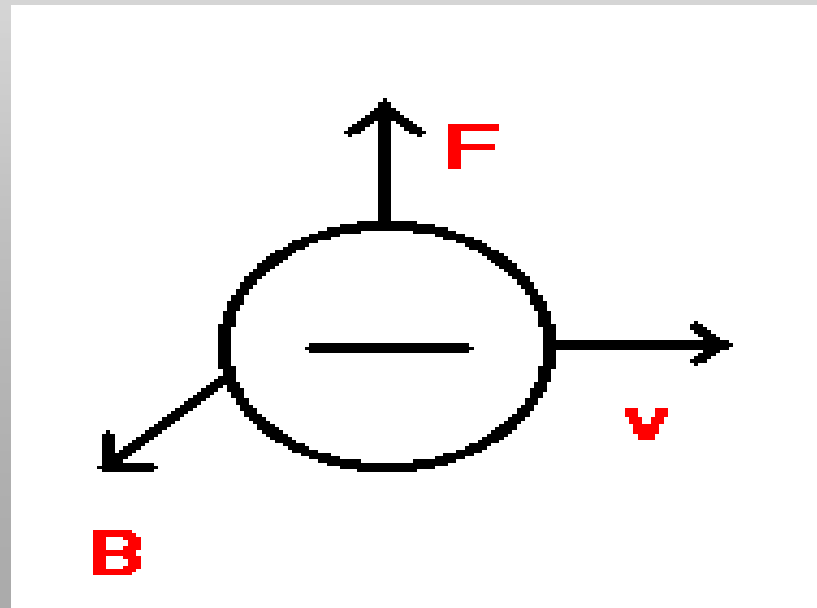
Na ładunek poruszający się w polu magnetycznym działa siła F , (siła magnetyczna.) Siłę tę wyznaczają : ładunek q , prędkość jego ruchu v indukcja magnetyczna B . Siła ta **wyraża się wzorem:**

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Siła magnetyczna c.d.

Siła magnetyczna jest skierowana zawsze prostopadle do płaszczyzny, w której leżą wektory \mathbf{v} i \mathbf{B} . Jeżeli ładunek q jest dodatni, to kierunek siły pokrywa się z kierunkiem wektora $[\mathbf{v}\mathbf{B}]$. W przypadku ładunku ujemnego wektory \mathbf{F} i $[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ są wektorami przeciwnymi (rys 1).

Rys.1



Siła Lorentza (siła lorentzowska)

Jeżeli na cząstkę naładowaną działają jednocześnie pole elektryczne i pole magnetyczne, to siła na nią działająca

jest równa:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

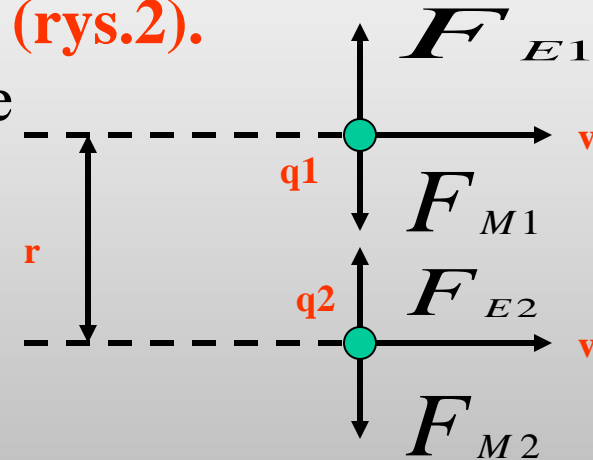
Wyrażenie to otrzymał z doświadczenia Lorentz i dlatego siła ta nosi nazwę **siły LORENTZA** lub **siły lorentzowskiej**.

Siła Lorentza c.d.

(czy siła magnetyczna jest słabsza od coulombowskiej)

Rozpatrzmy dwa ładunki jednoimienne q_1 i q_2 ,
poruszające się po || prostych z prędkością $v \ll c$ (rys.2).

Warunek $v \ll c$ powoduje, że ich pole elektryczne
praktycznie nie różni się od pola ładunków
spoczywających. Stąd wielkość siły el. działającej
na każdy z ładunków można uznać za równą:



$$\begin{aligned} F_{E1} &= F_{E2} = F_E = \\ &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \end{aligned}$$

(Wzór 1)

Zgodnie ze wzorami $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \bullet \frac{q[vr]}{r^3}$ i $F = q[vB]$

siłę magnetyczną działającą na ładunki można wyrazić jak następuje:

$$\begin{aligned} F_{M1} &= F_{M2} = F_M = \\ &= \frac{\mu_0 q_1 q_2 v^2}{4\pi r^2} \end{aligned} \quad \text{(wzór 2)}$$

(wektor wodzący \mathbf{r} jest prostopadły do wektora \mathbf{v})

Ze wzorów 1 i 2 wynika, że stosunek siły mag. do siły el. dany jest wzorem:

$$\frac{F_m}{F_E} = \epsilon_0 \mu_0 v^2 = \frac{v^2}{c^2} \quad \text{gdzie } \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

(Wzór 3)

Mimo że wyrażenie to otrzymaliśmy przy założeniu $v \ll c$, to jest ono prawdziwe dla dowolnych wielkości v .

Ze **wzoru 3** wynika, że siła magnetyczna jest słabsza od siły coulombowskiej o czynnik równy kwadratowi stosunku prędkości ładunku do prędkości światła w próżni.

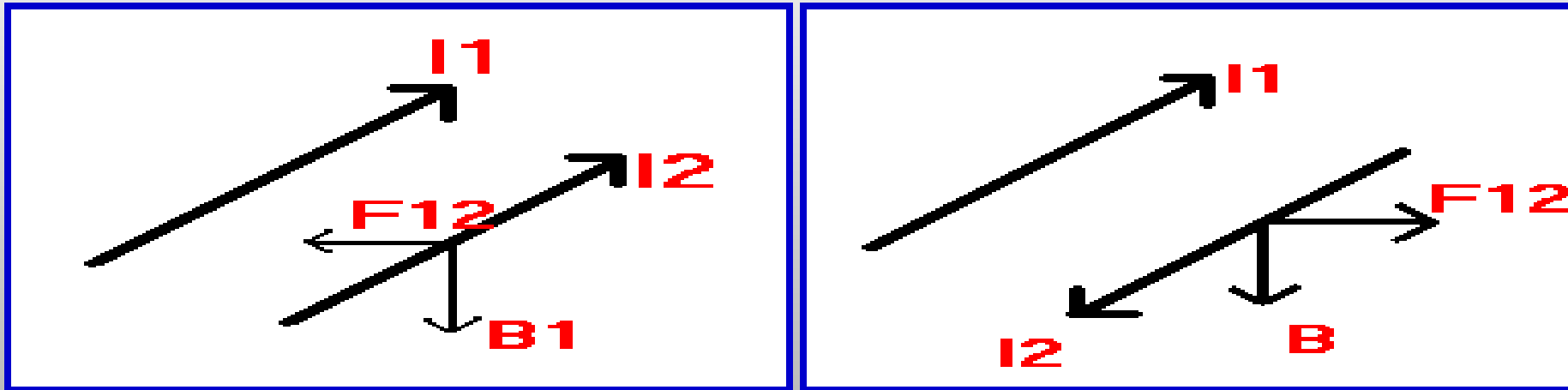
Można to wyjaśnić tym, **że oddziaływania magnetyczne są zjawiskiem relatywistycznym.**

Magnetyzm uległby zanikowi, gdyby prędkość światła w próżni była nieskończenie duża.

Prawo Ampere'a

Amper stwierdził, że **prąd elektryczny wytwarza wokół siebie pole magnetyczne.**

Przyjrzyjmy się teraz doświadczeniu **Ampere'a** z dwoma przewodnikami jak na rysunkach:



Siła elektrodynamiczna działająca na przewód z prądem I_2 skierowanym w tą samą stronę co prąd I_1 będzie skierowana w lewo, co oznacza przyciąganie się przewodów **rys 1**. Kiedy prądy mają przeciwne zwroty przewody odpychają się **rys 2**.

Dla dowolnego konturu obejmującego prąd
cyrkulacja wektora **B** będzie proporcjonalna do natężenia prądu:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} =$$

Ponieważ wektor **B** i **dl** są równoległe do siebie możemy iloczyn skalarny zastąpić zwykłym iloczynem.

$$= \int_C B dl =$$

W tym przypadku wielkość **B** jest stała i możemy wyciągnąć ją przed całkę.

$$= B \oint_C dl =$$

Całka z **dl** to długość okręgu, a wartość **B** dana jest wzorem:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ więc}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

Prawo Ampera

- postać całkowa:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

(jest to skierowany odcinek konturu obejmujący przewodnik z prądem)

Czyli krążenie pola po krzywej zamkniętej równa się całkowitemu prądowi zawartemu w konturze **c** pomnożonemu przez przenikalność magnetyczną próżni.

Prawo Ampera

(postać różniczkowa)

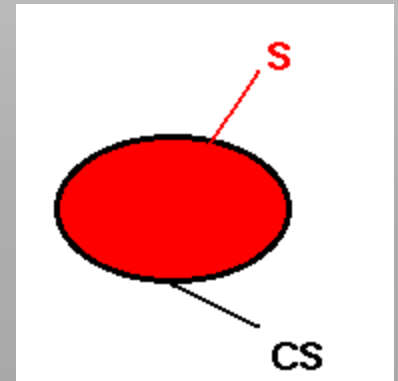
Wychodzimy z postaci całkowej prawa Ampera:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\mu_0 I = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

gdzie: $I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

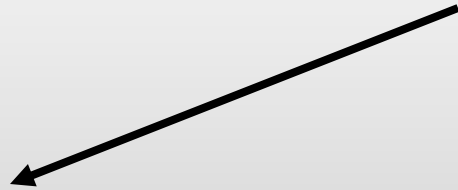
$$\oint_{C_S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



Możemy użyć twierdzenia Stokesa pod warunkiem, że kontur **C** ogranicza powierzchnię **S**.

Przyrównując stronami otrzymujemy:

$$\mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



Ponieważ to wyrażenie jest prawdziwe dla każdej powierzchni więc możemy ścisnąć ją do punktu i porównać wyrażenia podcałkowe.

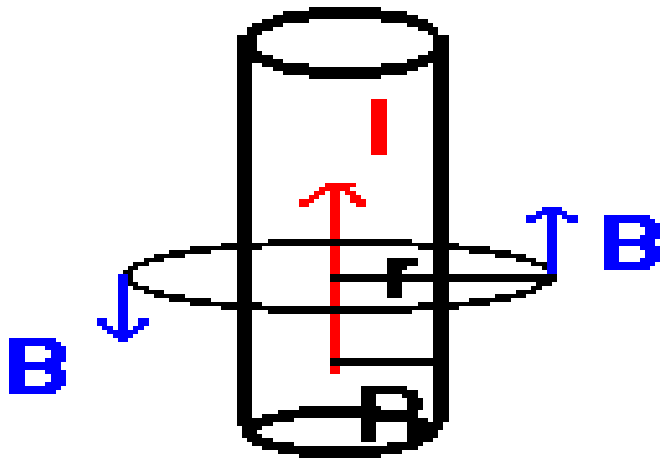
Otrzymujemy w ten sposób **różniczkowe prawo Ampere'a:**

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Czyli prąd o gęstości \vec{j} wytwarza pole magnetyczne takie, że gęstość prądu pomnożona przez przenikalność magnetyczną próżni jest równa rotacji wektora indukcji magnetycznej.

Przykładowe zadania z zakresu pola magnetycznego

Zad. 1. Znaleźć pole magnetyczne wewnątrz i na zewnątrz nieskończenie długiego przewodnika o promieniu R , w którym płynie jednorodną strugą stały prąd o natężeniu I , jako funkcję odległości r od środka przewodnika.



Z symetrii walcowej \Rightarrow pole mag
 B musi być *constans* w stałej
odległości r od przewodnika.
Kierunek wektora B w odległości
jest styczny do okręgu o r

$\mathbf{B}(\mathbf{r})$ wyliczamy z prawa **AMPERE'A**

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$$

gdzie Γ jest dowolną krzywą zamkniętą obejmującą prąd I' , który płynie przez

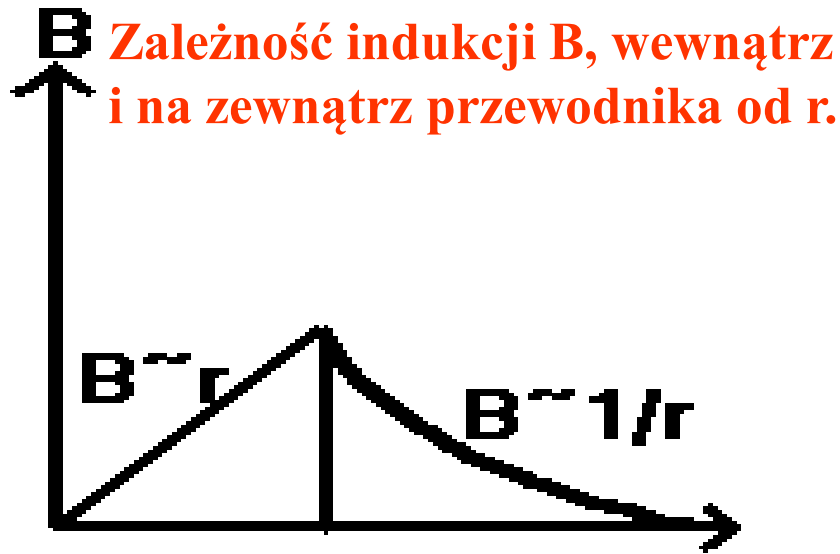
powierzchnię S objętą tą krzywą, $d\mathbf{l}$ jest wektorem stycznym do tej krzywej. Jako Γ wybieramy okrąg o promieniu r (patrz rys.). Mamy wtedy

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\circ} B dl = B \oint_{\circ} dl = 2\pi r B$$

Wartość całki po okręgu = długości okręgu o promieniu r . Więc prawo **AMPERE'A** prowadzi do równania:

$$2\pi r B = \mu_0 I'$$

gdzie wartość I' zależy od tego czy r jest większe, równe czy mniejsze od R .



a) Dla $r \geq R$ $I' = I$,
a stąd,

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

czyli
$$B = \frac{1}{2\pi \mu_0 r}$$

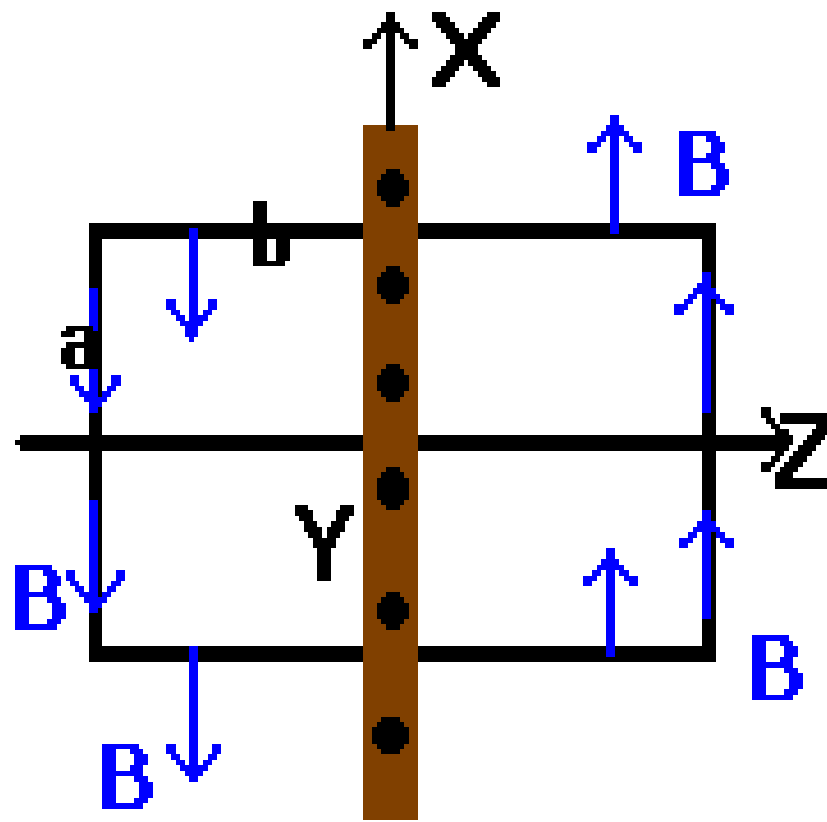
b) Dla $r \leq R$
$$I' = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

gdzie πr^2 jest polem powierzchni obejmującej I' a πR^2 całkowitym polem powierzchni przekroju poprzecznego przewodnika.

Porównując

$$2\pi r B = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \quad \text{otrzymujemy} \quad B = \frac{I}{2\pi \mu_0 R^2} r$$

Zad.2 Przez nieskończoną płytę umieszczoną w płaszczyźnie **XOY** płynie prąd o stałej gęstości liniowej **J** ($J=dI/dx$) w kierunku osi **OY**. Znaleźć indukcję pola magnetycznego (t.j. wartość kierunek i zwrot), które powstaje na skutek przepływu prądu.



Z symetrii =>wartość indukcji **B** jest constans tej samej odległości od płaszczyzny. Wartość indukcji możemy wyliczyć korzystając z **prawa AMPERE'A**:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$$

gdzie prąd I' jest prądem który płynie przez powierzchnię objętą konturem Γ . Kontur całkowania to prostokąt o bokach $2a$ i $2b$.

Mamy

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 2aJ \quad \text{Gdyż zgodnie z treścią zadania } I' = 2aJ.$$

Wartość całki po prostokącie obliczamy posługując się rysunkiem;

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{-a}^a B_x dx + \int_b^{-b} B_z dz + \int_a^{-a} B_x dx + \int_{-b}^b B_z dz$$

gdzie B_x i B_z to odpowiednie współrzędne wektora B . Ponieważ z prawej strony płyty $B = (B_x, B_y, B_z) = (B, 0, 0)$ a z lewej $B = (B_x, B_y, B_z) = (-B, 0, 0)$, to mamy

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{-a}^a B dx + \int_b^{-b} 0 dz + \int_a^{-a} (-B) dx + \int_{-b}^b 0 dz =$$

$$= 2 \int_{-a}^a B dx = 4aB$$

Wracając do **prawa AMPERE'A** mamy $4aB = \mu_0 2aJ$

i ostatecznie $B = \mu_0 \frac{J}{2}$

Podobnie jak natężenie pola el. od nieskończonej jednorodnie naładowanej płyty, indukcja pola mag od płyty, przez którą płynie stały prąd o stałej gęstości liniowej, jest stała i nie zależy od odległości od płyty.