

12

Magnetyzm

W tym rozdziale:

- Ruch ładunku w polu magnetycznym, siła Lorentza
- Przewodnik z prądem w polu magnetycznym, silnik elektryczny
- Pole magnetyczne prądu, prawo Biota-Savarta, prawo Ampera
- Magnetyczne własności materii, moment magnetyczny elektronu, rodzaje magnetyków
- Indukcja elektromagnetyczna, prawo indukcji Faradaya
- Prądnica, alternator
- Indukcyjność, transformator
- Energia pola magnetycznego

12.1. Pole magnetyczne

Pierwsze wzmianki o wykorzystaniu zjawiska magnetyzmu pochodzą ze starożytności. Kompas wykorzystywany w nawigacji pojawił się w Chinach około I wieku n.e. Dokładniejszy opis zjawisk magnetyzmu zawdzięczamy jednak badaniom nad prądem elektrycznym, które ujawniły bliski związek pola magnetycznego z elektrycznym i możliwość wzajemnej indukcji obu pól.

W przypadku pola elektrycznego, jego źródłem był ładunek ujemny (nadmiar elektronów) lub dodatni (brak elektronów). Układ ładunków dodatniego i ujemnego, umieszczonych w stałej odległości od siebie określiliśmy jako dipol elektryczny. Odpowiednikiem dipola elektrycznego w przypadku pola magnetycznego są bieguny magnesu – północny N i południowy S. Istnieją one jednak jedynie w postaci dipola magnetycznego – biegun północny nie może istnieć bez południowego. Jeśli rozdzielimy magnes sztabkowy w poprzek na dwie połówki, otrzymamy dwa magnesy zawierające również bieguny N i S. Dalszy podział magnesu będzie prowadził do wytworzenia coraz mniejszych dipoli magnetycznych, aż otrzymamy najmniejszy niepodzielny dipol zawierający również dwa bieguny.

Prawo Gaussa dla magnetyzmu

Pole magnetyczne nazywamy **polem bezźródłowym**. Linie takiego pola są zawsze liniami zamkniętymi, nie mają początku ani końca jak w przypadku pola elektrycznego. W prosty sposób możemy sformułować prawo Gaussa dla pola magnetycznego:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (12.1)$$

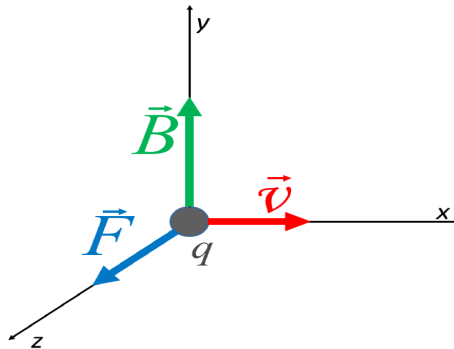
|| *Ponieważ linie pola magnetycznego są zamknięte to całkowita wartość strumienia wektora indukcji pola magnetycznego*

przechodząca przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równa zero.

12.2. Ruch ładunku w polu magnetycznym

Siła Lorentza

Na ładunek elektryczny poruszający się w polu magnetycznym działa tzw. siła Lorentza. Działanie tej siły obserwujemy w przypadku, kiedy ładunek porusza się, a wektor prędkości posiada składową prostopadłą do kierunku pola magnetycznego. W tym przypadku siła powoduje zakrzywienie toru ruchu ładunku.



Rysunek 12.1. Siła Lorentza działająca na ładunek poruszający się w polu magnetycznym

Wartość siły Lorentza zależy od wartości ładunku elektrycznego, prędkości poruszania się tego ładunku i również od „siły” pola magnetycznego. Aby scharakteryzować tę „siłę” pola magnetycznego wprowadzamy wektor **indukcji magnetycznej** \vec{B} . Wektor ten na zewnątrz magnesu jest skierowany od bieguna północnego „N” do bieguna

12. Magnetyzm

południowego „S” magnesu. Jednostką indukcji jest tesla

$$\left[1\text{T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C m/s}} = 1 \frac{\text{N m s}}{\text{C m}^2} = 1 \frac{\text{J s}}{\text{C m}^2} = 1 \frac{\text{V s}}{\text{m}^2} \right].$$

Siłę Lorentza F_L możemy wyrazić przez iloczyn wektorowy prędkości v oraz indukcji pola magnetycznego B , w którym porusza się ładunek q :

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (12.2)$$

Wektor siły Lorentza F_L jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory v oraz B a jego zwrot możemy określić z reguły śruby prawoskrętnej lub reguły prawej dłoni (rozdział 1.3). Kierunek i zwrot wektora siły Lorentza działającej na dodatni ładunek poruszający się z prędkością v prostopadłą do kierunku pola magnetycznego B pokazany jest na rysunku 12.1.

W ogólnym przypadku ładunek może znajdować się zarówno w polu magnetycznym, jak i polu elektrycznym. Wypadkowa siła działająca w takim przypadku na ten ładunek będzie złożeniem siły elektrostatycznej oraz Lorentza:

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B} \quad (12.3)$$

Siła Lorentza powoduje zakrzywienie toru ruchu ładunku tak, że ładunek poruszający się prostopadle do linii sił pola magnetycznego porusza się po okręgu. Siła Lorentza jest więc siłą dośrodkową działającą na ładunek q o masie m poruszający się po okręgu o promieniu r :

$$\begin{aligned} F_L &= F_d \\ q v B &= \frac{m v^2}{r} \end{aligned} \quad (12.4)$$

W powyższym przypadku wektory prędkości i indukcji są do siebie prostopadle więc iloczyn wektorowy (jego wartość) możemy zastąpić zwykłym mnożeniem. Z równania 12.4 otrzymujemy promień r okręgu, po jakim porusza się ładunek q o masie m w polu magnetycznym o indukcji B :

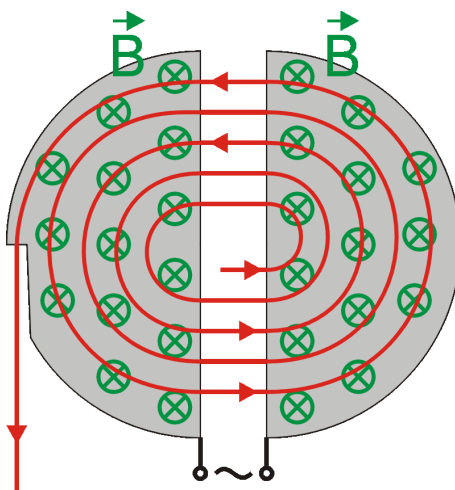
$$r = \frac{mv}{qB} \quad (12.5)$$

Po przekształceniach wzoru możemy przekonać się, że prędkość kątowna w takim ruchu nie zależy od prędkości postępowej ładunku:

$$\frac{v}{r} \equiv \omega = \frac{qB}{m} \quad (12.6)$$

Przykłady

Przykładem wykorzystania działania siły Lorentza do zakrzywienia toru ładunku jest **cyklotron**. W cyklotronie naładowane cząstki są przyspieszane polem elektrycznym pomiędzy tzw. duantami. Na zewnątrz duantów działa na nie pole magnetyczne, które zakrzywia tor lotu cząstki tak, że cząstka wraca ponownie w obszar pomiędzy duantami.



Rysunek 12.2 Schemat działania cyklotronu z zaznaczonym torem ładunku dodatniego.

Ponieważ częstość obiegu cząstki nie zależy od jej prędkości v (jak wykazaliśmy we wzorze 12.6), możemy tak dobrać częstość przełączania pola elektrycznego przyłożonego do duantów, by przyspieszało cząstkę zawsze, kiedy jest ona między duantami. Cząstka (np. elektron) wyemitowana w środku przyrządu, między duantami w miarę kolejnych przejść przez obszar

12. Magnetyzm

między duantami zwiększać będzie swoją prędkość a więc i promień toru lotu cząstki tak, że w końcu opuści ona cyklotron.

W przypadku lampy katodowej **telewizora kineskopowego** strumień elektronów emitowany z rozgrzanej katody trafia w obszar skrzyżowanych pól magnetycznych. W ten sposób wiązka może być odchylana w pionie i w poziomie i kierowana w odpowiednie miejsce na kineskopie, gdzie uderzając w warstwę luminoforu rozświetla dany punkt. Punkty układają się w linie a linie składają się na kolejne „klatki” obrazu, które są wyświetlane jedna po drugiej na tyle szybko, że nasze oko nie zauważa procesu odświeżania obrazu.

W **spektrometrze masowym** najpierw za pomocą odpowiednich parametrów pola elektrycznego i magnetycznego selekcjonujemy cząstki o identycznym ładunku i prędkości, które to cząstki następnie wlatują w obszar pola magnetycznego tak, że ich wektor prędkości jest prostopadły do wektora indukcji magnetycznej. Ponieważ ich ładunek i prędkość są identyczne, jedynym parametrem wpływającym na promień toru cząstek w polu magnetycznym jest ich masa. Izotopy tego samego pierwiastka, posiadające ten sam ładunek ale różniące się masą będą poruszać się po różnych torach, co możemy wykryć za pomocą detektora. Za pomocą spektrometru masowego możemy zatem badać skład izotopowy pierwiastków wchodzących w skład związków chemicznych.

Jeśli prędkość cząstki posiada nie tylko składową prostopadłą do kierunku pola magnetycznego ale i składową równoległą do tego kierunku, wówczas tor ruchu cząstki będzie linią śrubową. Z takim torem śrubowym mamy do czynienia na przykład w zjawisku **zorzy polarnej**. Gdy naładowane cząstki, powstałe w większości na Słońcu, wpadają w obszar pola magnetycznego Ziemi, działająca na nie siła Lorentza powoduje zakrzywienie toru ich lotu tak, że poruszają się one po torach śrubowych wzdłuż linii Ziemskiego pola magnetycznego, w kierunku ziemskich biegunów magnetycznych. Ponieważ linie sił pola magnetycznego zagęszczają się w pobliżu biegunów magnetycznych Ziemi, koncentracja naładowanych cząstek w tym rejonie jest stosunkowo duża. Podczas oddziaływania tych cząstek z atmosferą Ziemi powstaje promieniowanie, które obserwujemy jako zorzę polarną.

Przewodnik z prądem w polu magnetycznym

Jeśli przewodnik, przez który płynie prąd elektryczny znajduje się w polu magnetycznym, to na nośniki ładunku poruszające się wewnątrz tego przewodnika działa siła Lorentza. Jeżeli we wzorze na siłę Lorentza wartość ładunku q wyrazimy za pomocą natężenia I przepływającego prądu oraz powiążemy prędkość nośników ładunku v z czasem t w jakim pokonują one odcinek przewodnika o długości l , to otrzymujemy wzór na siłę Lorentza F działającą na nośniki ładunku poruszające się w przewodniku znajdującym się w polu magnetycznym o indukcji B :

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q \vec{v} \times \vec{B} = I t \frac{\vec{l}}{t} \times \vec{B} = I \vec{l} \times \vec{B} \\ \vec{F} &= I \vec{l} \times \vec{B}\end{aligned}\tag{12.7}$$

Siła ta nazywana elektrodynamiczną działającą na przewodnik z prądem zależy od natężenia prądu I , długości przewodnika l oraz indukcji pola magnetycznego B .

Silnik elektryczny

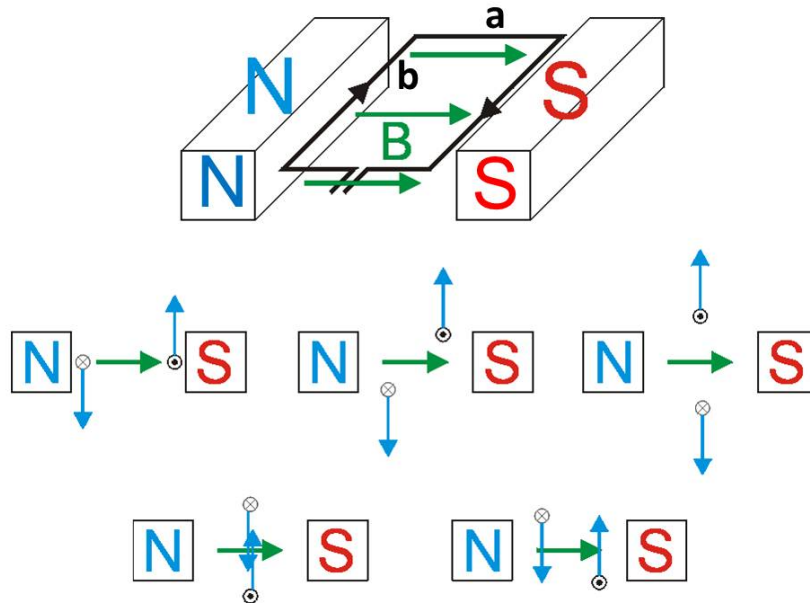
Siłę elektrodynamiczną wykorzystuje się w **silnikach elektrycznych**. Rozpatrzmy uproszczony model silnika elektrycznego składającego się z pojedynczej ramki, w której płynie prąd, umieszczonej w polu magnetycznym o indukcji B , pomiędzy dwoma biegunami magnesu (w rzeczywistym silniku jest to kilka ramek o wspólnej osi obrotu). Ramka ta może obracać się wokół własnej osi prostopadłej do kierunku wektora indukcji magnesu stałego. Jeżeli przez ramkę płynie prąd o natężeniu I , to na każdy z boków ramki działa siła elektrodynamiczna ($\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$) skierowana prostopadle zarówno do kierunku przepływu prądu jak i do kierunku pola magnetycznego (rysunek 12.3). Siły działające na boki o długości a mają tę samą wartość, $F = I a B$, ale przeciwny zwrot i w efekcie kompensują się. Wartość siły działającej na każdy z boków o długości b wynosi $F = I b B$. Siły te działają na ramieniu o długości $a/2$ (odległość boku b od osi obrotu

12. Magnetyzm

ramki wynosi $a/2$) tak, że efektywnie na ramkę działać będzie moment sił M :

$$M = 2 \left(\frac{a}{2} I b B \sin \alpha \right) = I A B \sin \alpha \quad (12.8),$$

gdzie B oznacza indukcję pola magnetycznego, I natężenie prądu płynącego w prostokątnej ramce wymiarach $a \times b$ i polu powierzchni A , zaś α jest kątem, jaki tworzy wektor normalny (prostopadły) do płaszczyzny ramki z wektorem \vec{B} .



Rysunek 12.3. Schemat zasady działania silnika elektrycznego prądu stałego.

Moment siły działający na ramkę z prądem jest maksymalny, kiedy płaszczyzna ramki jest równoległa do linii sił pola magnetycznego ($\alpha = \pi/2$). Jeśli ramka jest ustawiona prostopadle do kierunku pola magnetycznego ($\alpha = 0$) to wypadkowy moment sił jest równy zero. Jeżeli ramka posiada jakąś prędkość obrotową to przechodzi przez „martwe” położenie, jeżeli natomiast ramka silnika będzie nieruchoma w takim położeniu, to silnik nie może ruszyć z miejsca. W praktyce w silnikach elektrycznych stosuje się układ ramek (uzwojenia) znajdujące się pod pewnym kątem względem siebie. Wówczas

nawet, jeżeli jedno z uzwojeń znajdować się będzie w „martwym” położeniu na inne będzie działał niezerowy moment siły i silnik zacznie się obracać.

Jak pokazaliśmy, że wzoru 12.8 wynika, że moment siły działający na ramkę silnika będzie dążył do jej ustawienia prostopadle do pola magnetycznego. Przy ustalonym kierunku przepływu prądu w ramce, po przejściu ramki przez „martwe” położenie zmianie ulegnie zwrot momentu sił działających na ramkę – ramka będzie chciała wrócić do „martwego” położenia. W efekcie zamiast ruchu obrotowego, obserwowalibyśmy oscylacje ramki wokół tego „martwego” położenia. Aby uzyskać ruch obrotowy należy w momencie, gdy ramka silnika jest prostopadła do pola magnetycznego zmienić kierunek przepływu prądu. W tym celu stosuje się tak tzw. komutator, czyli układ dwóch półkolistych elektrod, po których ślizgają się grafitowe szczotki.

12.3. Pole magnetyczne prądu

Prawo Biota-Savarta

Jeśli umieścimy kompas w pobliżu przewodnika to igła kompasu obróci się w momencie włączenia prądu w przewodniku. Ponieważ igła magnesu ustawia się zawsze wzdłuż linii sił pola, oznacza to, że przepływ prądu w przewodniku jest źródłem pola magnetycznego. Przemieszczając igłę magnetyczną wokół przewodnika możemy określić kierunek i zwrot wektora indukcji pola magnetycznego \vec{B} w każdym punkcie. Linie pola magnetycznego tworzą okręgi w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przepływu prądu elektrycznego. Kierunek i zwrot wektora indukcji pola magnetycznego w dowolnym punkcie wokół przewodnika możemy wyznaczyć z reguły śruby prawoskrętnej lub reguły prawej dłoni. Jeśli przewodnik z prądem obejmujemy prawą dłonią tak, że kciuk wskazywać będzie kierunek przepływu

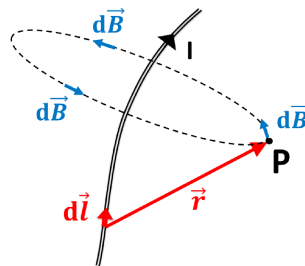
12. Magnetyzm

prądu elektrycznego, to zagięte palce dłoni wyznaczać nam będą zwrot wektora B indukcji pola magnetycznego.

Wartość oraz zwrot wektora indukcji pola magnetycznego $d\vec{B}$, pochodzącego od elementu $d\vec{l}$ przewodnika, przez który przepływa prąd elektryczny o natężeniu I , wyznaczone w odległości r od tego elementu $d\vec{l}$, opisuje prawo **Biota-Savarta**:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (12.9),$$

gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$, $[\mu_0] = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2 \text{A}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{H}}{\text{m}}$. W powyższym wzorze wektor $d\vec{l}$ ma zwrot zgodny z umownym zwrotem przepływu prądu w przewodniku a wektor \vec{r} prowadzimy od elementu $d\vec{l}$ do punktu P, w którym chcemy obliczyć wektor indukcji magnetycznej \vec{B} (rysunek 12.4).



Rysunek 12.4. Wyznaczanie indukcji pola magnetycznego za pomocą prawa Biota Savarta

Pole magnetyczne pętli z prądem

Prostym przykładem zastosowania prawa Biota-Savarta może być wyznaczenie indukcji B pola magnetycznego wytworzonego przez zamkniętą pętlę kołową o promieniu R , w której płynie prąd elektryczny o natężeniu I . Jeżeli będziemy szukać indukcji B w punkcie znajdującym się w środku tej pętli to odległość pomiędzy każdym z fragmentów przewodnika a punktem, w którym obliczamy pole jest stała i wynosi R .

Również wektory $d\vec{l}$ oraz \vec{r} są do siebie prostopadłe w każdym punkcie pętli, a więc szukając wartości iloczynu wektorowego możemy posłużyć się zwykłym iloczynem i wówczas otrzymamy:

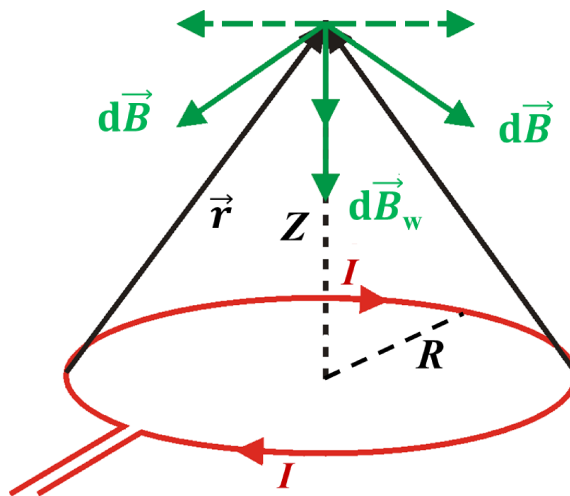
$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2} \quad (12.10)$$

Ponieważ każdy z wektorów $d\vec{B}$ pochodzących od dowolnego fragmentu dl przewodnika będzie miał ten sam kierunek i zwrot prostopadły do płaszczyzny pętli, więc wypadkowy wektor indukcji pochodzący od całej pętli obliczymy, dokonując całkowania po całej długości okręgu:

$$B = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2} \quad (12.11)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (12.12)$$

W podobny sposób możemy obliczyć indukcję pola magnetycznego w punkcie położonym na osi przechodzącej przez środek pętli (rysunek 12.5).



Rysunek 12.5. Obliczanie wektora indukcji pochodzącego od pętli z prądem

12. Magnetyzm

W tym przypadku należy jednak pamiętać, że wektory $d\vec{B}$ pochodzące od fragmentów $d\vec{l}$ pętli nie są równoległe a więc w obliczeniach wypadkowego natężenia należy uwzględnić tylko składowe wzdłuż osi pętli dB_w . Składowe prostopadłe do osi, czyli równoległe do płaszczyzny pętli, pochodzące od dwóch fragmentów $d\vec{l}$ ułożonych symetrycznie na okręgu będą się znosiły jak na rysunku 12.5. W takim przypadku wektor indukcji B w odległości Z od środka pętli wynosi:

$$B(Z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + Z^2)^{3/2}} \quad (12.13)$$

Można wykazać, że dla ramki z prądem o dowolnym kształcie, kierunek i zwrot wektora B indukcji pola magnetycznego, wytworzonego przez płynący w ramce prąd, jest prostopadły do płaszczyzny tej ramki. Ramka taka może być scharakteryzowana za pomocą momentu magnetycznego $\vec{\mu}$:

$$\vec{\mu} = AI\vec{n} \quad (12.14)$$

gdzie \vec{n} jest wektorem jednostkowym prostopadłym do powierzchni ramki określonym prawoskrętnie w stosunku do kierunku prądu, A – jest powierzchnią ramki, zaś I jest wartością natężenia prądu płynącego w ramce. Wektor indukcji pola magnetycznego wytworzony przez taką ramkę z prądem ma taki sam kierunek i zwrot jak wektor momentu magnetycznego ramki.

Urządzeniem wykorzystującym siłę działającą na pętlę z prądem umieszczoną w zewnętrznym polu magnetycznym jest **głośnik**. W większości głośników znajduje się magnes stały. W pobliżu tego magnesu umieszczona jest ruchoma cewka, połączona z membraną głośnika. Przepływ prądu (wytwarzanego przez wzmacniacz systemu audio) przez cewkę powoduje powstanie siły odpychającej lub przyciągającej cewkę do magnesu. Drgania cewki przenoszą się na membranę, a z niej – na warstwę powietrza w pobliżu membrany, wytwarzając falę dźwiękową.

Prawo Ampera

Prawo Ampera pozwala łatwo obliczyć indukcję pola magnetycznego szczególnie w przypadkach, kiedy układ charakteryzuje się wysoką symetrią.

Krażenie wektora indukcji po dowolnej krzywej zamkniętej jest równe sumie natężeń prądów przenikających przez powierzchnię rozpiętą na tej krzywej, pomnożonej przez wartość przenikalności magnetycznej próżni.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B \cos \theta dl = \mu_0 I \quad (12.15),$$

gdzie B jest indukcją pola magnetycznego na konturze zamkniętym, dl – wycinkiem tego konturu, θ – kątem między wektorem B oraz dl , zaś I wartością wypadkowego prądu objętego przez zamknięty kontur. Krażenie wektora indukcji magnetycznej wzdłuż krzywej zamkniętej (inaczej całkę po zamkniętym konturze) wyraziliśmy tutaj jako sumę (całkę) iloczynów skalnych wektora \vec{B} w danym punkcie krzywej i wektora $d\vec{l}$ stycznego do tej krzywej.

Pole magnetyczne przewodnika z prądem

Jako przykład zastosujemy prawo Ampera do obliczenia indukcji magnetycznej pochodzącej od nieskończonego długiego, prostoliniowego przewodnika. Jako krzywą zamkniętą wybieramy okrąg o promieniu r ułożony w płaszczyźnie prostopadłej do przewodnika tak, że przez jego środek przechodzi przewodnik. W tym przypadku wartość wektora indukcji jest identyczna w każdym punkcie okręgu, ponieważ każdy jego punkt znajduje się w identycznej odległości od przewodnika. Ponadto wektor indukcji pola magnetycznego B w każdym punkcie tego okręgu jest do niego styczny, podobnie jak wektor dl . Wówczas iloczyn skalarny możemy zastąpić zwykłym mnożeniem a następnie całkę iloczynem wartości indukcji pola magnetycznego B oraz długości obwodu okręgu (kontur całkowania):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 I \quad (12.16)$$

12. Magnetyzm

Stąd otrzymujemy indukcję pola magnetycznego B wytworzoną przez prąd elektryczny o natężeniu I płynący przez prostoliniowy przewodnik, w odległości r od tego przewodnika:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (12.17)$$

Zalety stosowania prawa Ampera do obliczenia indukcji pola magnetycznego pokazuje przykład **kabla koncentrycznego**. Kabel taki składa się z żyły, oddzielonej warstwą izolatora od współśrodkowego metalowego ekranu (oplotu). Podobnie jak poprzednio, jako krzywą zamkniętą wybierzemy okrąg w płaszczyźnie prostopadłej do przewodu, współśrodkowy z żyłą i oplotem. W kablu koncentrycznym prąd w ekranie płynie w przeciwną stronę niż w żyły i dlatego suma natężeń prądów przecinających kulistą powierzchnię rozpiętą na okręgu obejmującym kabel jest równa zero. Na mocy prawa Ampera oznacza to, że również indukcja pola magnetycznego na zewnątrz takiego kabla koncentrycznego jest równa zero.

Wzorzec Ampera

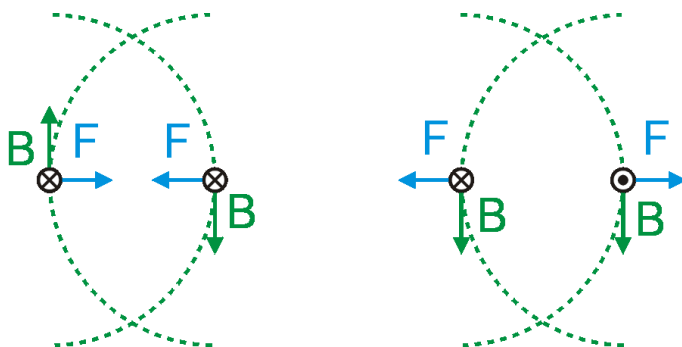
Ponieważ przewodnik z prądem jest źródłem pola magnetycznego, więc jeśli ustawimy dwa przewodniki z prądem równoległe do siebie (rysunek 12.6) to jeden znajdzie się będzie w polu magnetycznym wytworzonym przez drugi. Wektor indukcji pola magnetycznego wytworzony przez przewodnik pierwszy jest zwrócony prostopadle do przewodnika drugiego i zgodnie ze wzorem 12.17 wynosi

$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi D}$, gdzie D oznacza odległość między przewodnikami, zaś I_1 jest natężeniem prądu elektrycznego płynącego w pierwszym przewodniku. Na przewodnik drugi działa więc siła Lorentza, której wartość wyznaczamy za pomocą wzoru 12.7:

$$F = I_2 l B_1 = \frac{I_2 I_1 l}{2\pi D} \quad (12.18)$$

gdzie l oznacza długość odcinka, na którym przewody są ułożone równoległe do siebie. Siła o identycznej wartości lecz przeciwnym zwrocie będzie działać na przewodnik pierwszy. Kierunek działania siły wyznacza odcinek łączący przewody,

a zwrot zależy od kierunku przepływu prądów. Jeśli prądy mają zgodne kierunki, między przewodnikami występuje siła przyciągająca; jeśli kierunek prądu jest przeciwny – odpychająca, jak na rysunku 12.6.



Rysunek 12.6. Siły wzajemnego oddziaływania dwóch równoległych przewodników z prądem: kierunek prądu zgodny (z lewej) i przeciwny (z prawej).

Za pomocą elektrodynamicznej siły oddziaływania dwóch przewodników z prądem zdefiniowany jest wzorzec jednostki natężenia prądu elektrycznego układu SI – **ampera**:

Stały prąd elektryczny o natężeniu 1 ampera płynący w dwóch równoległych, prostoliniowych, nieskończenie długich przewodach, umieszczonych w odległości 1m od siebie powoduje wzajemne oddziaływanie tych przewodów ze sobą z siłą równą $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ na każdy metr długości przewodu.

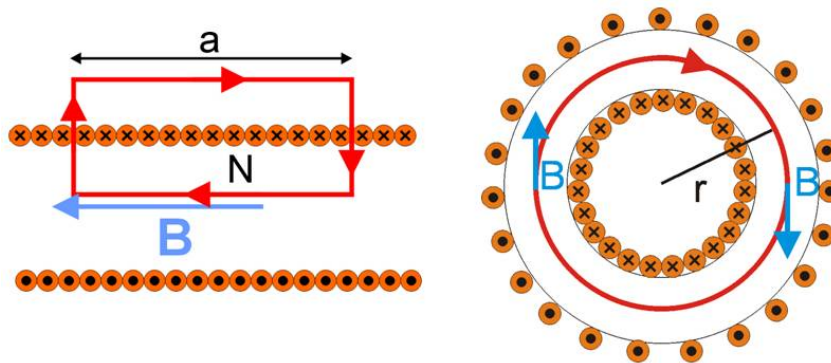
Pole magnetyczne solenoidu

Jako przykład zastosowania prawa Biota-Savarta obliczyliśmy indukcję pola magnetycznego wytworzonego przez pętlę z prądem. Wiemy już, że indukcja ta skierowana jest prostopadle do płaszczyzny pętli. Wartość indukcji pola magnetycznego możemy zwiększyć układając koło siebie kolejne pętle. Taki układ wielu pętli, tzw. zwojów, nazywać będziemy cewką a w sytuacji, gdy zwoje te mają kształt okręgu, czyli gdy powstały w wyniku nawinięcia wielu zwojów na powierzchni cylindra nazywamy solenoidem.

Pole magnetyczne wytwarzane wewnątrz cewki możemy obliczyć stosując prawo Ampera. Rozważmy solenoid o długości a , ilości zwojów N , przez który przepływa prąd o natężeniu I .

12. Magnetyzm

Wybermy jako zamknięty kontur prostokąt przecinający ściankę boczną walca (rysunek 12.7) i obliczmy krążenie wektora indukcji po tej krzywej zamkniętej. Jeśli solenoid jest nieskończenie długi (odpowiednio długi) to pole magnetyczne na zewnątrz solenoidu nie istnieje (indukcja magnetyczna pochodząca od górnej części uzwojeń solenoidu jest kompensowana indukcją od dolnej części).



Rysunek 12.7. Zastosowanie prawa Ampera do obliczenia pola magnetycznego wewnątrz cewki solenoidalnej i toroidalnej

W efekcie krążenie wektora indukcji magnetycznej dla odcinka krzywej znajdującego się na zewnątrz solenoidu jest równe zero. Odcinki prostopadłe do cewki są z kolei prostopadłe do wektora indukcji magnetycznej i ze względu na zerową wartość iloczynu skalarnego krążenie na tych odcinkach również wynosi zero. Jedyne wkład do krążenia wektora \vec{B} po wybranej krzywej prostokątnej pochodzi zatem od odcinka równoległego do osi solenoidu znajdującego się wewnątrz tego solenoidu. Ponieważ pole magnetyczne wewnątrz solenoidu jest jednorodne (indukcja magnetyczna B ma tę samą wartość i zwrot w każdym punkcie), więc krążenie wektora indukcji magnetycznej na odcinku o długości a , będzie równe iloczynowi B oraz a . Jeżeli na tym odcinku o długości a znajduje się N zwojów solenoidu, to suma natężeń prądów przecinających powierzchnię rozpiętą na wybranym konturze zamkniętym wyniesie NI . Prawo Ampera przyjmuje więc postać:

$$B a = \mu_0 NI \quad (12.19)$$

Stąd wartość wektora indukcji magnetycznej wyniesie:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{a} = \mu_0 n I \quad (12.20)$$

gdzie n oznacza gęstość nawinięcia zwojów – ilość zwojów na jednostkę długości cewki.

Pole magnetyczne toroidu

W podobny sposób jak dla solenoidu, korzystając z prawa Ampera możemy obliczyć pole magnetyczne wytworzone przez cewkę toroidalną. W cewce tego typu uzwojenie jest nawinięte na torusie o przekroju prostokątnym lub kołowym. Jako krzywą zamkniętą wybierzemy w tym przypadku okrąg współśrodkowy do torusa, którego promień zawiera się w przedziale od wartości promienia wewnętrznego do promienia zewnętrznego cewki toroidalnej (rysunek 12.7). Ponieważ rozważany układ jest symetryczny, wektor indukcji w każdym miejscu tego okręgu będzie taki sam tak, że ponownie całkę okrężną można będzie zastąpić wymnożeniem wektora indukcji przez długość tego konturu (obwód okręgu). Płaszczyznę rozpiętą na wybranym okręgu przecina N przewodników z prądem, w których płynie prąd o natężeniu I . Prawo Ampera przyjmuje zatem postać:

$$B 2\pi r = \mu_0 N I \quad (12.21)$$

Po przekształceniu otrzymujemy indukcję magnetyczną wewnątrz cewki toroidalnej:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (12.22)$$

Jak widać, wartość wektora indukcji jest w tym przypadku odwrotnie proporcjonalna do promienia wybranego okręgu – wartość indukcji wewnątrz cewki jest największa w pobliżu jego wewnętrznej, a najmniejsza przy jego zewnętrznej krawędzi.

12. Magnetyzm

Moment magnetyczny

W rozdziale 12.2 pokazaliśmy, że na przewodnik z prądem znajdujący się w polu magnetycznym działać będzie siła elektrodynamiczna $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$ (wzór 12.7). Obliczyliśmy, że moment siły M , działający na prostokątną ramkę z prądem, którą umieścimy w polu magnetycznym o indukcji B , będzie wynosił $M = I A B \sin \alpha$ (wzór 12.8), gdzie A oznacza powierzchnię ramki z prądem, I – natężenie prądu płynącego w ramce zaś α jest kątem, jaki tworzy wektor normalny do płaszczyzny ramki z wektorem indukcji magnetycznej B . Moment sił M działający na ramkę obraca ją tak, aby ustawiła się prostopadle do linii zewnętrznego pola magnetycznego.

Przypomnijmy również, że ramka z prądem wytwarza pole magnetyczne prostopadle do płaszczyzny tej pętli (rysunek 12.5) o kierunku i zwrocie zgodnym z wektorem momentu magnetycznego $\vec{\mu} = AI \vec{n}$ (wzór 12.14). Za pomocą tak zdefiniowanego momentu magnetycznego $\vec{\mu}$ ramki z prądem można również wyrazić moment sił \vec{M} działających na ramkę umieszczoną w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji B :

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (12.23)$$

Z powyższego równania wynika, że moment sił M obraca ramkę z prądem tak, aby jej moment magnetyczny $\vec{\mu}$ ustawił się zgodnie z zewnętrznym polem magnetycznym o indukcji B .

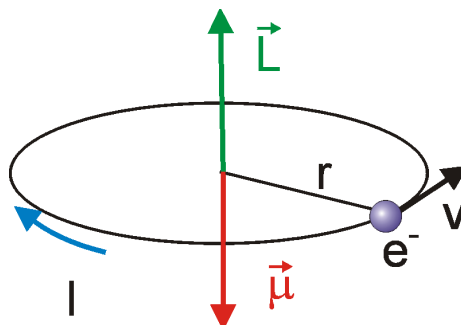
Momentowi magnetycznemu ramki z prądem możemy przypisać również pewną energię potencjalną, zależną od jego ustawienia względem pola magnetycznego. Praca obrócenia ramki z prądem o pewien kąt α w zewnętrznym polu magnetycznym B związana jest z momentem sił działających na tę ramkę:

$$\begin{aligned} W &= \int M d\alpha = \int \mu_0 B \sin \alpha d\alpha = -\mu_0 B \cos \alpha \\ W_\mu &= -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \end{aligned} \quad (12.24)$$

gdzie α oznacza kąt między wektorem indukcji B zewnętrznego pola magnetycznego, a wektorem $\vec{\mu}$ momentu magnetycznego ramki z prądem. Praca ustawienia ramki z prądem w pozycji $\alpha = 0$ wynosi $W = \mu B \cos(0) = \mu B$ zaś w pozycji $\alpha = \pi$ $W = \mu B \cos(\pi) = -\mu B$ a więc praca obrócenia ramki z prądem o kąt π wynosi $W_{\text{obrotu}} = 2\mu B$.

12.4. Magnetyczne własności materii

W poprzednim rozdziale ramce z prądem przypisywaliśmy moment magnetyczny $\vec{\mu}$. Również elektronom krążącym na orbicie wokół jądra atomowego można przypisać moment magnetyczny – ruch elektronu odpowiada przepływowi prądu w ramce. Ponieważ elektron charakteryzuje się ujemnym ładunkiem elektrycznym to zwrot wektora momentu magnetycznego $\vec{\mu}$ tego elektronu jest przeciwny do zwrotu wektora \vec{L} jego orbitalnego momentu pędu.



Rysunek 12.8. Orbitalny dipolowy moment magnetyczny elektronu.

Oprócz orbitalnego momentu magnetycznego, elektron (fermiony) posiada także wewnętrzny moment magnetyczny, niezależny od jego ruchu w przestrzeni, nazywany spinem. (spinowy moment magnetyczny). Spinowy moment magnetyczny może przybierać dwie wartości o przeciwnych

12. Magnetyzm

zwrotach, skierowane prostopadle względem płaszczyzny orbity. Całkowity moment magnetyczny atomu możemy obliczyć sumując orbitalne i spinowe momenty magnetyczne wszystkich elektronów.

Własności magnetyczne materii te są wynikiem oddziaływania wewnętrznych momentów magnetycznych, charakteryzujących poszczególne atomy, z zewnętrznym polem magnetycznym, jak również wzajemnego oddziaływania sąsiadujących momentów magnetycznych.

Jak pokazaliśmy na przykładzie prostokątnej ramki z prądem na moment magnetyczny umieszczony w zewnętrznym polu magnetycznym działa moment sił powodujący ustawienie wektora momentu magnetycznego zgodnie z kierunkiem i zwrotem zewnętrznego pola magnetycznego. Warto podkreślić, że zachowanie takie ma podobny charakter jak oddziaływania dipola elektrycznego z zewnętrznym polem elektrycznym. Tak samo jak dipol elektryczny umieszczony między okładkami kondensatora ustawia się w kierunku pola elektrycznego (odwraca się ładunkiem dodatnim w kierunku ujemnie naładowanej okładki kondensatora) tak magnes umieszczony w polu magnetycznym ustawi się w kierunku zewnętrznego pola magnetycznego.

Zewnętrzne pole magnetyczne możemy scharakteryzować za pomocą wektora natężenia pola magnetycznego \vec{H} . Wektor natężenia i wektor indukcji pola magnetycznego mają ten sam kierunek i zwrot a współczynnikiem proporcjonalności jest stała charakteryzująca właściwości magnetyczne ośrodka – dla próżni jest to przenikalność magnetyczna próżni μ_0 :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (12.25)$$

Umieszczenie materiału w zewnętrznym polu magnetycznym o natężeniu H spowoduje uporządkowanie wewnętrznych momentów magnetycznych w kierunku zewnętrznego pola magnetycznego wpływając jednocześnie na wartość efektywnego pola magnetycznego wewnątrz materiału. Podobnie jak dla dielektryków wprowadziliśmy wektor polaryzacji i podatność elektryczną, tak teraz dla magnetyków wprowadzamy wektor namagnesowania \vec{M} i podatność

magnetyczną χ . Wektor namagnesowania \vec{M} charakteryzuje moment magnetyczny jednostki objętości materiału wywołany zewnętrznym polem magnetycznym o natężeniu \vec{H} :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} = (\mu_r - 1) \vec{H} \quad (12.26)$$

Podatność magnetyczna χ mówi nam o ile różni się przenikalność magnetyczna materiału od przenikalności magnetycznej próżni ($\chi = \mu_r - 1$). Współczynnik μ_r nazywa się względną przenikalnością magnetyczną ośrodka i pokazuje ile razy zmieni się indukcja pola magnetycznego w materiale w stosunku do cewki próżniowej:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (12.27)$$

Wykonując np. rdzeń cewki z materiału o dużej wartości podatności magnetycznej (np. żelaza), możemy uzyskać wielokrotnie większą wartość indukcji magnetycznej niż dla cewki bez rdzenia (próżniowej). Z żelaza wykonuje się np. rdzenie elektromagnesów.

Efektywne pole magnetyczne (efektywna indukcja magnetyczna) w rdzeniu (w materiale) jest sumą zewnętrznego pola magnetycznego oraz pola magnetycznego związanego z namagnesowaniem rdzenia:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = (\chi + 1) \mu_0 \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (12.28)$$

Rodzaje magnetyków

Ze względu na własności magnetyczne, materiały możemy podzielić na:

- diamagnetyki
- paramagnetyki
- ferromagnetyki

12. Magnetyzm

Własności dia- i paramagnetyzmu są własnościami atomów i występują we wszystkich stanach skupienia, zaś ferromagnetyzm występuje tylko w ciałach stałych.

Diamagnetyki

W przypadku **diamagnetyków** pole zewnętrzne wywołuje magnetyzację materiału o zwrocie przeciwnym do tego pola. Podatność magnetyczna diamagnetyków przyjmuje wartości ujemne rzędu 10^{-5} . Przykładami diamagnetyków są ołów, miedź, rtęć i srebro. Diamagnetyki są wypychane z obszaru niejednorodnego pola magnetycznego.

Paramagnetyki

W atomach **paramagnetyków** wypadkowy moment magnetyczny jest różny od zera. Wartość podatności jest w temperaturze pokojowej jednak niewielka, rzędu 10^{-5} do 10^{-4} . Umieszczone w polu magnetycznym momenty magnetyczne atomów dążą do ustawienia się zgodnie z kierunkiem pola magnetycznego. Ponieważ drgania cieplne przeciwdziałają uporządkowaniu momentów magnetycznych, podatność maleje wraz ze wzrostem temperatury. Zależność temperaturową podatności χ paramagnetyków określa prawo Curie:

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (12.29),$$

gdzie C jest wielkością charakterystyczną dla materiału paramagnetyka nazywaną stałą Curie. Umieszczone w polu magnetycznym paramagnetyki są wciągane w obszar pola. Paramagnetykami są np. lit, glin i platyna.

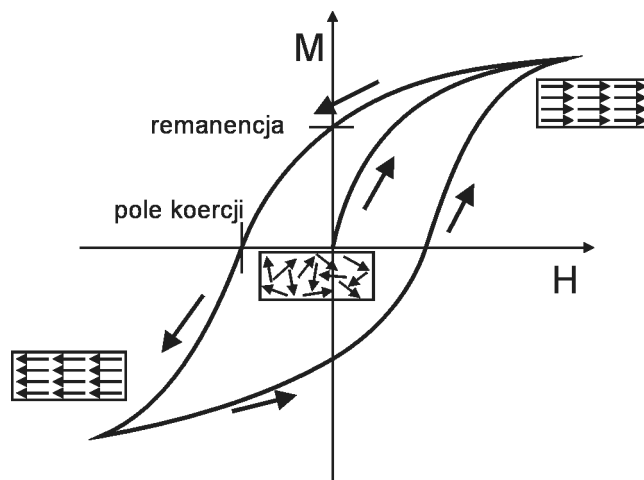
Ferromagnetyki

W **ferromagnetykach** istnieją silne oddziaływania pomiędzy momentami magnetycznymi sąsiadujących atomów. Powoduje to tworzenie się obszarów, tzw. domen magnetycznych, o uporządkowanym ustawieniu momentów magnetycznych. Zjawisko porządkowania momentów magnetycznych jest podobne do procesów opisywanych w przypadku ferroelektryków. Ponieważ ustawienie wszystkich momentów magnetycznych w materiale w jednym kierunku powodowałoby

wytwarzanie na zewnątrz silnego pola magnetycznego, co jest niekorzystne z punktu widzenia wysokiej energii układu, w materiale na ogół występuje wiele domen o różnym kierunku uporządkowania.

Kiedy nienamagnesowany ferromagnetyk umieścimy w zewnętrznym polu magnetycznym, wraz ze wzrostem natężenia tego pola momenty magnetyczne domen będą ustawiać się zgodnie z kierunkiem pola, co spowoduje wzrost namagnesowania. W przypadku ferromagnetyków podatność magnetyczna może przyjmować duże wartości – rzędu setek lub tysięcy. Kiedy wartość pola zewnętrznego jest na tyle duża, że wszystkie momenty magnetyczne ustawią się w jednym kierunku (powstanie jedna duża domena), uporządkowanie momentów magnetycznych osiągnie stan nasycenia (rysunek 12.8).

Przy zmniejszeniu wartości zewnętrznego pola magnetycznego do zera, namagnesowanie ferro magnetyka nie spadnie do zera, ale utrzyma się na pewnym poziomie. Poziom ten nazywamy pozostałością magnetyczną (remanencją). Aby rozmagnesować materiał, należy przyłożyć zewnętrzne pole skierowane przeciwnie do tego, jakie zostało użyte do jego namagnesowania. Wartość pola niezbędna do rozmagnesowania materiału nazywamy polem koercji.



Rysunek 12.8. Pętla histerezy ferromagnetyka

12. Magnetyzm

W zmiennym polu zewnętrznym wykres namagnesowania zakreśli pętlę histerezy. Pole zawarte wewnątrz pętli histerezy jest proporcjonalne do pracy, wykonanej na przemagnesowanie materiału w jednym cyklu. Materiały miękkie magnetycznie mają wąską pętlę histerezy, a twarde magnetycznie – szeroką. Z tego względu materiały twarde magnetycznie dobrze nadają się do wyrobu magnesów trwałych lub pamięci magnetycznych w zastosowaniach, w których wymagana jest trwałość zapisanej informacji. Materiały miękkie magnetycznie mogą być przemagnesowane szybko i przy użyciu niewielkiej energii, mogą zatem służyć do wyrobu szybkich pamięci magnetycznych. Pod wpływem zakłóceń i zewnętrznych pól magnetycznych informacja w nich zgromadzona może jednak ulec uszkodzeniu. Materiały wykazują właściwości ferromagnetyczne tylko poniżej pewnej temperatury zwanej temperaturą Curie T_C . Powyżej tej temperatury rozszerzalność cieplna i drgania termiczne powodują osłabienie wpływu oddziaływań pomiędzy momentami magnetycznymi tak, że uporządkowanie ferromagnetyczne zanika. Zależność temperaturową podatności χ od temperatury T , powyżej temperatury Curie, wyraża prawo Curie-Weissa:

$$\chi = \frac{C_C}{T - T_C} \quad (12.30)$$

gdzie C_C jest stałą Curie, zaś T_C temperaturą Curie.

Oprócz ferromagnetyków istnieją także antyferromagnetyki oraz ferrimagnetyki. W antyferromagnetykach również występują silne oddziaływania pomiędzy momentami magnetycznymi ale w tym przypadku momenty magnetyczne ustawiają się naprzemiennie. W ferrimagnetykach ustawienie momentów magnetycznych również jest naprzemiennie, ale momenty magnetyczne o jednym zwrocie są słabsze niż momenty magnetyczne o zwrocie przeciwnym. Ferrimagnetyki mogą wykazywać zachowanie podobne do ferromagnetyków i są stosowane w elektronice.

12.5. Indukcja elektromagnetyczna

Przekonaliśmy się, że przepływ prądu stałego powoduje powstanie pola magnetycznego. Doświadczenia, przeprowadzone przez angielskiego fizyka Michaela Faradaya w 1831 roku pokazały, że możliwe jest również wywołanie przepływu prądu za pomocą pola magnetycznego a odkryte zjawisko zostało nazwane indukcją elektromagnetyczną.

Prawo indukcji Faraday'a

Jeśli umieścimy nieruchomy magnes w pobliżu pętli z przewodnika, nie zaobserwujemy przepływu prądu – średnia prędkość nośników ładunku w przewodniku jest równa zero, a zatem wartość siły Lorentza działającej na te nośniki jest również równa zero. Siła Lorentza pojawi się jednak, jeśli przewodnik będzie poruszał się w polu magnetycznym, przecinając linie sił tego pola. Działanie siły Lorentza spowoduje spychanie nośników jednego znaku w określonym kierunku – między końcami przewodnika wytworzy się zatem napięcie. Taki sam efekt zaobserwujemy, kiedy magnes porusza się względem przewodnika.

Jeśli końce przewodnika połączymy z galwanometrem, zauważymy że przez obwód popłynie prąd indukowany. W obwodzie takim pojawią się dwa spadki napięcia – jeden na galwanometrze, drugi na pętli. Suma tych spadków napięć jest równa **sił elektromotorycznej**. Podobnie jak w przypadku ogniwa, siłę elektromotoryczną, oznaczaną również jako *SEM*, definiujemy jako stosunek pracy *W* wykonanej na przeniesienie ładunku *q* w obwodzie zamkniętym do wartości tego ładunku *q*. Siłę elektromotoryczną *SEM*, podobnie jak napięcie wyrażamy w woltach [V].

Przybliżając i oddalając magnes do pętli z przewodnika możemy zauważyć, że napięcie mierzone na jej końcach jest

12. Magnetyzm

tym większe, im szybciej będzie poruszał się magnes. Do wytworzenia napięcia na zaciskach pętli przewodnika możemy użyć również drugiej pętli. Zmiany pola magnetycznego można w tym przypadku uzyskać zarówno przybliżając i oddalając pętlę zasilaną prądem stałym jak i przepuszczając przez nieruchomą pętlę prąd zmienny.

Wartość siły elektromotorycznej SEM powstałej w zjawisku indukcji magnetycznej określa **prawo indukcji Faradaya**:

Wartość siły elektromagnetycznej indukowanej w przewodzącej pętli jest równa szybkości, z jaką strumień magnetyczny, przechodzący przez tę pętlę zmienia się w czasie.

$$SEM = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (12.31)$$

Wielkość Φ_B oznacza strumień magnetyczny (strumień wektora indukcji magnetycznej), który definiujemy podobnie jak strumień natężenia pola elektrycznego (wzór 10.25 oraz 10.26) jako iloczyn skalarny wektora indukcji magnetycznej i wektora normalnego do danej powierzchni.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (12.32)$$

Jednostką strumienia magnetycznego jest weber [1 Wb=1 V s]. Jeśli wektor indukcji pola magnetycznego B jest stały w każdym punkcie i przecina powierzchnię S pod pewnym stałym kątem, wówczas strumień wektora indukcji magnetycznej przechodzącej przez tę powierzchnię wyrazimy jako:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha \quad (12.33)$$

gdzie α oznacza kąt między wektorem normalnym do powierzchni S a wektorem indukcji B .

Reguła Lenza

Kierunek przepływu prądu indukowanego w pętli z przewodnika określa reguła przekory **Lenza**:

Prąd indukowany w obwodzie płynie w takim kierunku, że pole magnetyczne wytworzone przez ten prąd przeciwdziała zmianie strumienia pola magnetycznego, która ten prąd wywołuje.

Jeśli zbliżamy magnes do obwodu kołowego, kierunek indukowanego w obwodzie prądu będzie taki, że pole magnetyczne wytworzone przez obwód będzie odpychać magnes. Jest to zgodne z zasadą zachowania energii – zbliżając magnes do pętli musimy wykonać pracę, aby przeciwstawić się siłom wzajemnego odpychania magnesu i pętli. Praca mechaniczna jest zamieniana w pracę wykonaną nad nośnikami ładunku – dochodzi zatem do zamiany energii mechanicznej w energię elektryczną. Gdyby kierunek przepływu prądu w pętli był odwrotny, magnes byłby przyciągany w kierunku pętli – poruszałby się zatem coraz szybciej, indukując coraz większy prąd. Otrzymalibyśmy urządzenie wytwarzające energię bez konieczności wykonywania pracy – perpetuum mobile pierwszego rodzaju. Urządzenie takie nie spełnia zasady zachowania energii.

Przykład

Prostokątna ramka o szerokości l , wykonana z przewodnika o całkowitym oporze R jest wyciągana z obszaru pola magnetycznego o indukcji B , prostopadłego do płaszczyzny ramki. Oblicz, jaka moc jest niezbędna, by zapewnić stałą prędkość v wysuwania tej ramki. Podaj, jaka moc wydzieli się na oporze ramki.

W zadaniu tym strumień pola magnetycznego jest określony przez powierzchnię tej części ramki, która znajduje się w polu magnetycznym. Szerokość ramki wynosi l a długość tej części ramki, która znajduje się w polu magnetycznym oznaczmy przez x . Jeśli ramka jest wyciągana z obszaru pola magnetycznego ze stałą prędkością to długość x będzie się zmniejszała stale w czasie ($x = x_0 + vt$). Oznacza to, że również powierzchnia obszaru znajdującego się w polu magnetycznym będzie się zmniejszała proporcjonalnie do czasu zmieniając tym samym strumień wektora indukcji magnetycznej. Zgodnie z prawem indukcji Faradaya siła

12. Magnetyzm

elektromotoryczna SEM przeciwdziałająca takiej zmianie strumienia wynosi:

$$SEM = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(Blx)}{dt} = Blv \quad (12.34)$$

Ponieważ opór ramki wynosi R , korzystając z prawa Ohma obliczamy wartość natężenia prądu przepływającego przez ramkę:

$$I = \frac{Blv}{R} \quad (12.35)$$

Zgodnie z założeniami, ramka porusza się ruchem jednostajnym czyli siłą, którą musimy działać na ramkę aby utrzymać stałą prędkość jej przesuwu, równoważy siłę działającą na przewodnik z prądem w polu magnetycznym:

$$\vec{F}_B = I\vec{l} \times \vec{B} = \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad (12.36)$$

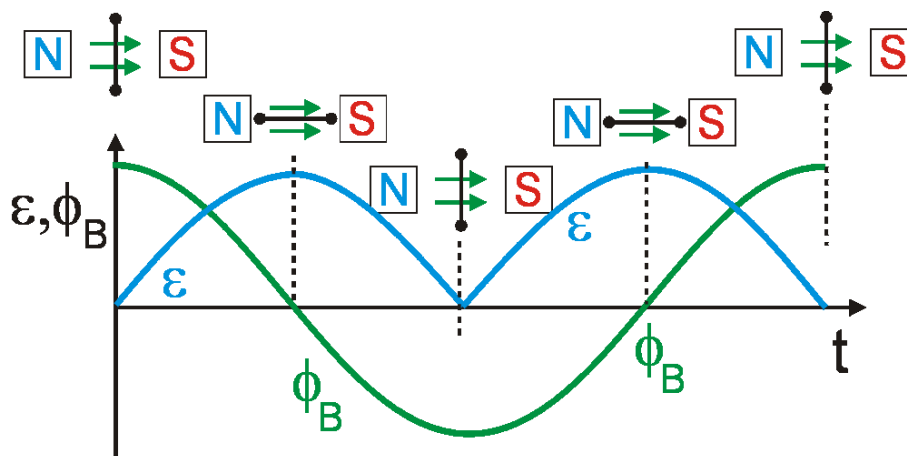
Stąd możemy obliczyć moc mechaniczną niezbędną do poruszania ramki:

$$P = Fv = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = I^2 R \quad (12.37)$$

Wyznaczona przez nas moc mechaniczna jest równa mocy wydzielanej w postaci ciepła na całkowitym oporze elektrycznym ramki.

Prądnicą i alternator

Opierając się na zjawisku indukcji elektromagnetycznej, możemy zbudować urządzenie nazywane prądnicą, która zamienia pracę mechaniczną na energię elektryczną. Budowa typowej prądnicy jest identyczna jak budowa omawianego już wcześniej silnika elektrycznego. Pomiedzy dwoma biegunami magnesu umieszczamy ramkę, mogącą obracać się wokół osi prostopadłej do kierunku wektora indukcji magnetycznej wytworzonej przez ten magnes.



Rysunek 12.9. Zależność czasowa strumienia indukcji magnetycznej i siły elektromotorycznej dla prądnicy.

Obroty ramki będą powodowały zmiany wartości strumienia wektora indukcji pola magnetycznego przechodzącego przez ramkę a więc zgodnie z prawem indukcji Faradaya w ramce będzie powstawała siła elektromotoryczna i prąd elektryczny. Kiedy płaszczyzna ramki znajduje się w położeniu równoległym do kierunku wektora indukcji magnetycznej, strumień tego wektora jest równy zero a jego zmiany są wówczas maksymalne. Strumień osiąga wartość maksymalną kiedy płaszczyzna ramki jest ustawiona prostopadłe do kierunku wektora indukcji. Zmiany wartości strumienia wektora indukcji magnetycznej Φ_B , indukowana siła elektromotoryczna ϵ oraz schematyczne położenie ramki między magnesami w funkcji czasu przedstawiono na rysunku 12.9.

Zgodnie z definicją, siła elektromotoryczna indukowana na końcach ramki zależy od zmian strumienia wektora indukcji magnetycznej. Siła elektromotoryczna odpowiada zatem współczynnikowi nachylenia wykreślonej wartości strumienia wektora indukcji magnetycznej od czasu. W przypadku prądnicy najszybsze zmiany strumienia następują gdy ramka przechodzi przez położenie, w którym jej płaszczyzna jest równoległa do kierunku wektora indukcji. W prądnicy, podczas przejścia przez położenie, w którym płaszczyzna ramki jest prostopadła do kierunku wektora indukcji, następuje zamiana kierunku połączeń kontaktów elektrycznych ramki – jest to

12. Magnetyzm

realizowane podobnie jak w przypadku silnika elektrycznego za pomocą komutatora. Z tego względu na wykresie siły elektromotorycznej SEM nie obserwujemy przejścia przez zero. Prądnicą generuje prąd zmienny, ale wartości siły elektromotorycznej zawsze mają jednakowy kierunek. W przypadku alternatora końce ramki są podłączone zawsze do tych samych kontaktów elektrycznych. W momencie przejścia ramki przez położenie prostopadłe następuje zmiana znaku siły elektromotorycznej (zmiana kierunku przepływu prądu) – krzywa przecina oś odciętych. Alternator generuje prąd sinusoidalnie zmienny.

Prądy wirowe – prawo Faradaya

Zmienny prąd elektryczny płynący przez pętlę z przewodnika wytwarzać będzie zmieniające się w czasie pole magnetyczne. Umieścimy teraz w pobliżu (w polu magnetycznym pierwszej pętli) drugą pętlę z przewodnika. Przez pętlę tę przechodzić będzie strumień indukcji pola magnetycznego proporcjonalny do pola powierzchni drugiej pętli oraz wartości indukcji magnetycznej wytworzonej przez pierwszą pętlę – zmieniającej się w czasie. Zgodnie z prawem indukcji Faradaya zmiana strumień pola magnetycznego powoduje powstanie siły elektromotorycznej, co w konsekwencji wywoła przepływ ładunku elektrycznego w drugiej pętli. Jeśli zamiast drugiej pętli postawimy litą płytę z przewodnika zmienne pole magnetyczne wywoła wirowe pole elektryczne w tej płycie – ruch nośników ładunku w przewodzącej płycie dobywać się będzie wzdłuż krzywych zamkniętych (w szczególnych przypadkach okręgów).

Aby obliczyć wartość siły *SEM* takiego wirowego pola elektrycznego musimy najpierw obliczyć pracę przemieszczenia ładunku elektrycznego *q* wzdłuż linii pola (okrąg o promieniu *r*):

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = q E 2\pi r \quad (12.38)$$

Wówczas siła elektromotoryczną SEM zgodnie z definicją będzie równa stosunkowi wykonanej nad ładunkiem pracy W do wartości q tego ładunku będzie miał postać:

$$\mathcal{E} = W/q = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (12.39),$$

gdzie $\vec{E} = \vec{F}/q$. Porównując otrzymaną zależność z prawem indukcji Faradaya otrzymujemy prawo Faradaya:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (12.40)$$

Jeśli w jakimś obszarze obserwujemy pole magnetyczne zmienne w czasie, to wokół tego obszaru powstaje wirowe pole elektryczne. Znak minus w powyższym wzorze wyraża regułę przekory Lentza, czyli mówi nam, że powstałe wirowe pole elektryczne przeciwdziałać będzie zmianom strumienia pola magnetycznego.

Warto porównać zależność 12.40 z zależnością 10.21 dla elektrostatyki, wiążącą natężenie pola i różnicę potencjałów w polu elektrostatycznym. W przypadku prawa Faradaya, a więc w przypadku pola magnetycznego, obliczając pracę przemieszczenia ładunku całkowanie wykonujemy wzdłuż pewnej krzywej zamkniętej, podczas gdy w elektrostatyce praca przesunięcia po krzywej zamkniętej była równa zeru, bo wracaliśmy do punktu o tym samym potencjale elektrycznym. W elektrostatyce praca przeniesienia ładunku między dwoma punktami nie zależała od wyboru drogi przemieszczenia ale jedynie od różnicy potencjałów między tymi punktami. W przypadku pola wywołanego indukcją elektromagnetyczną nie możemy jednak określić potencjału pola w danym punkcie przestrzeni.

Wykrywacze metali wykorzystują właśnie wirowe pola elektryczne oraz prawo Faraday'a do detekcji obiektów metalowych. W pętli z przewodnika, znajdującej się w dolnej części urządzenia wytwarzany jest impulsowy prąd elektryczny, co powoduje powstanie zmiennego pola magnetycznego. Jeśli poniżej pętli znajduje się metalowy

12. Magnetyzm

przedmiot, to takie zmienne pole magnetyczne wywoła w metalu przepływ prądu wirowego. Ponieważ ten wirowy prąd będzie zmieniał się w czasie wytworzy zatem zmienne pole magnetyczne. Pole to z kolei wyindukuje w obwodzie wykrywacza metali prąd płynący w kierunku przeciwnym do kierunku pierwotnego impulsu. Monitorując zatem natężenie prądu w pętli wykrywacza możemy wykryć obecność metalowego przedmiotu. Na podobnej zasadzie działają stosowane na lotniskach bramki zabezpieczające przed wnoszeniem broni.

Indukcyjność

Jeżeli w uzwojeniu cewki elektrycznej będzie płynął zmienny prąd to pole magnetyczne wytworzone wewnątrz cewki będzie się zmieniać w czasie. A więc uzwojenie cewki obejmować będzie zmienny strumień pola magnetycznego. Zgodnie z prawem indukcji Faradaya na uzwojeniu cewki indukować się zatem będzie prąd elektryczny, który zgodnie z regułą Lenza przeciwdziałać będzie zmianom strumienia wektora indukcji pola magnetycznego, które wywołały powstanie pola magnetycznego w cewce.

W momencie podłączenia cewki do źródła w jej uzwojeniu zaczyna płynąć prąd wytwarzający pole magnetyczne. Wówczas w cewce indukowany jest prąd, wytwarza pole magnetyczne przeciwstawiające się powstałemu polu magnetycznemu, a więc prąd o kierunku przeciwnym niż prąd źródła. Jeśli natomiast odłączamy cewkę od źródła, to ponieważ natężenie prądu w uzwojeniu maleje, powstały prąd indukowany płynie w kierunku zgodnym z prądem źródła przeciwstawiając się zanikowi prądu.

Siła elektromotoryczna, powstająca na jednym zwoju cewki wyrażona jest prawem indukcji Faradaya:

$$\frac{SEM}{zwoj} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (12.41)$$

Całkowitą siłę elektromotoryczną, indukowaną na cewce otrzymujemy mnożąc prawą stronę wyrażenia przez liczbę

zwojów N . Ponieważ wartość indukcji magnetycznej, a tym samym strumień indukcji magnetycznej są proporcjonalne do natężenia prądu płynącego w pętli, siłę elektromotoryczną możemy wyrazić również poprzez pochodną natężenia prądu po czasie:

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad (12.42)$$

Współczynnik proporcjonalności L nazywany indukcyjnością jest cechą charakterystyczną danego elementu indukcyjnego.

Jednostką indukcyjności jest jeden henr $[1\text{H} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}}]$.

Dla cewki zawierającej N zwojów, przez którą przepływa prąd elektryczny o natężeniu I , indukcyjność L wynosi:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (12.43)$$

Obliczmy indukcyjność dla solenoidu. Korzystając ze wzoru 12.20 na indukcję pola magnetycznego wewnątrz solenoidu możemy wyznaczyć strumień wektora indukcji pola magnetycznego przecinający powierzchnię S przekroju solenoidu:

$$\Phi_B = NBS = N(\mu_0 nI)S = (na)(\mu_0 nI)S \quad (12.44),$$

gdzie a oznacza długość solenoidu, N ilość zwojów, $n = N/a$ – gęstość nawinięcia uzwojenia. Podstawiając tak wyznaczony strumień Φ_B do wzoru na indukcyjność L otrzymujemy:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{(na)(\mu_0 In)(S)}{I} = \mu_0 n^2 aS = \mu_0 n^2 V \quad (12.45),$$

gdzie $aS = V$ jest objętością solenoidu. Warto pamiętać, że indukcyjność wykazują nie tylko cewki ale także pozostałe elementy obwodów elektrycznych. Nawet prosty fragment przewodnika posiada pewną niewielką indukcyjność. Z tego względu przy projektowaniu obwodów, szczególnie tych, w których występują szybkie zmiany natężenia prądu elektrycznego – np. podzespołów komputera, taktowanych

12. Magnetyzm

wysoką częstotliwością – należy zawsze uwzględniać efekty związane z indukcyjnością.

Zjawisko samoindukcji jest również przyczyną powstawania tzw. przepięć indukcyjnych w obwodach elektrycznych. Jeśli w obwodzie znajdują się urządzenia wyposażone w elementy o dużej indukcyjności – np. silniki elektryczne lub zasilacze komputerowe – w trakcie wyłączenia urządzeń w obwodzie może wytwarzać się siła elektromotoryczna o znacznej wartości. Powoduje ona krótkotrwały impuls wysokiego napięcia, który może znacznie przekraczać nominalne napięcie przewidziane dla elementów obwodu. Może być to przyczyną występowania przebić w izolacji elektrycznej lub przeciążenia bezpieczników obwodu. Sposobem na uporanie się z drugim problemem jest stosowanie tzw. bezpieczników zwłocznych. Bezpieczniki tego typu nie rozłączają obwodu pod wpływem przepływu prądu o charakterze impulsowym. Inną metodą redukcji niepożądanych skutków zjawiska samoindukcji jest włączenie w obwód kondensatora, który pozwala na zmagazynowanie energii elektrycznej związanej z impulsem powstałym na skutek samoindukcji. Energia ta jest następnie rozpraszana na elementach oporowych.

Indukcja wzajemna

Jeśli dwie cewki umieścimy blisko siebie, tak że strumień pola magnetycznego wytworzonego przez jedną cewkę przepływa przez uzwojenia drugiej cewki, zmiany pola magnetycznego wytworzonego przez pierwszą cewkę doprowadzą do wytworzenia siły elektromotorycznej na uzwojeniu drugiej cewki. Zjawisko to nosi nazwę indukcji wzajemnej. Efekt ten jest tym wyraźniejszy, im większa część strumienia pola magnetycznego wytworzonego przez jedną cewkę obejmuje drugą cewkę. Warunek ten możemy zapewnić np. umieszczając jedno uzwojenie osiowo wewnątrz drugiego lub nawijając cewki na wspólnym korpusie.

Transformator

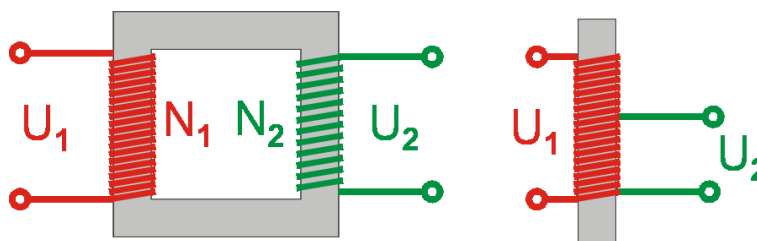
Omawiając właściwości ferromagnetyków oraz wpływ przenikalności magnetycznej materiału na wartość indukcji

pola magnetycznego (rozdział 12.3.) wykazaliśmy, że indukcja magnetyczna wewnątrz rdzenia ferromagnetycznego jest wielokrotnie silniejsza niż w powietrzu. Ponadto strumień indukcji magnetycznej nie ulega rozproszeniu w takim rdzeniu. W transformatorach na rdzeń ferromagnetyczny o kształcie prostokątnej ramki nawinięte są dwa uzwojenia (rysunek 12.10). Ponieważ cały strumień magnetyczny przepływający przez przekrój jednej cewki (uzwojenie pierwotne) przepływa również przez przekrój drugiej cewki (uzwojenie wtórne), to stosunek siły elektromotorycznej wytwarzanej na drugiej cewce do wartości napięcia przyłożonego do uzwojenia pierwotnego jest wyrażony przez stosunek ilości zwojów w obu cewkach:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (12.46)$$

Stosunek ten w elektrotechnice nazywany jest również przekładnią transformatora.

Otrzymujemy w ten sposób transformator – urządzenie do zamiany wartości napięcia prądu zmiennego, przy zachowaniu pierwotnej częstotliwości zmian tego napięcia. Sprawność transformatorów jest zwykle duża, a straty energii związane są głównie z oporem uzwojeń oraz energią niezbędną na przemagnesowanie rdzenia w kolejnych cyklach. Strat związanych z prądami wirowymi powstającymi w rdzeniu możemy częściowo unikać, dzieląc rdzeń na cienkie blaszki polakierowane jednostronnie warstwą nieprzewodzącą.



Rysunek 12.10. Schemat konstrukcji transformatora (z lewej) i autotransformatora (z prawej).

Warto podkreślić, że napięcie w obwodzie wtórnym jest przesunięte w fazie względem prądu w obwodzie pierwotnym o

12. Magnetyzm

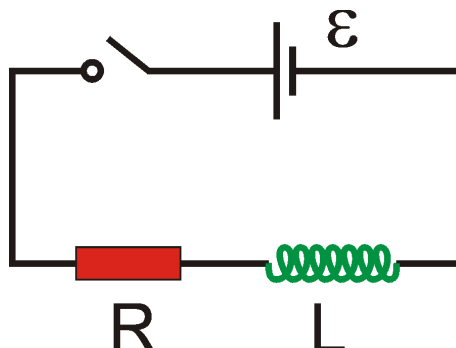
π – ma, zgodnie z regułą Lenza, przeciwną fazę do napięcia pierwotnego.

Autotransformator

Szczególnym typem transformatora jest autotransformator. W urządzeniu tego typu występuje tylko jedno uzwojenie. Spełnia ono rolę jednocześnie uzwojenia pierwotnego i wtórnego – stosunek wartości napięcia na uzwojeniu wtórnym do napięcia na uzwojeniu pierwotnym zależy od miejsca podłączenia styków obu obwodów do uzwojenia. W autotransformatorze regulowanym kontakt elektryczny obwodu wtórnego z uzwojeniem następuje za pomocą ruchomej szczotki grafitowej, co umożliwia płynną regulację napięcia na uzwojeniu wtórnym.

Transformatory wykorzystywane są powszechnie w energetycznych sieciach przesyłowych, co umożliwia podwyższenie wartości napięcia na linii przesyłowej w celu uniknięcia strat związanych z oporem przewodów, a następnie obniżenie napięcia w stacji odbiorczej. Ciekawym przykładem transformatora jest cewka zapłonowa samochodu. Prąd stały o niskim napięciu z akumulatora jest zamieniany w prąd skokowo zmienny przez tzw. przerywacz. Jest on połączony z zaciskami cewki o niewielkiej ilości zwojów, nawiniętej na wspólnym rdzeniu z cewką o dużej ilości zwojów. Przerywanie natężenia prądu generuje na uzwojeniu wtórnym wysokie napięcie, które jest następnie rozdzielane na poszczególne świece zapłonowe.

12.6. Energia pola magnetycznego



Rysunek 12.11. Szeregowe połączenie cewki, opornika i źródła

Rozważmy obwód, złożony ze źródła zasilania o sile elektromotorycznej ε , cewki o indukcyjności L i opornika R , połączonych szeregowo jak na rysunku 12.11.

Po zamknięciu klucza włączającego obwód, prąd w obwodzie będzie narastał. Zmiana natężenia prądu wywoła powstanie na cewce siły elektromotorycznej, która będzie skierowana tak, aby przeciwstawić się zmianom pola magnetycznego wewnątrz cewki – a zatem przeciwnie do siły elektromotorycznej zasilającej obwód. Początkowo ta siła elektromotoryczna samoindukcji jest równa sile elektromotorycznej ogniwa i natężenie prądu płynącego przez opornik wynosi zero. W miarę jednak jak zmniejsza się siła elektromotoryczna samoindukcji na cewce, natężenie prądu płynące przez obwód stopniowo rośnie aż po pewnym czasie osiągnie wartość identyczną jak dla przypadku, kiedy w obwodzie znajdują się wyłącznie siła elektromotoryczna i opornik. Zapiszmy drugie prawo Kirchhoffa dla omawianego obwodu:

$$\varepsilon - L \frac{dI}{dt} - IR = 0 \quad (12.47)$$

12. Magnetyzm

Jest to równanie różniczkowe względem prądu I a jego rozwiązanie, określające zależność czasową natężenia prądu $I(t)$ możemy opisać równaniem

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (12.48)$$

Jest to równanie, opisujące dążenie układu do stanu równowagi ze stałą czasową $\tau = L/R$. Jeżeli równanie 12.47 pomnożymy przez chwilową wartość natężenia prądu I to otrzymujemy równanie mające postać bilansu energii:

$$\varepsilon I - RI^2 - LI \frac{dI}{dt} = 0 \quad (12.49)$$

Pierwszy człon (εI) określa szybkość dostarczania energii do obwodu (moc źródła). Drugi (RI^2) wyraża moc rozpraszaną w postaci ciepła na oporniku. Trzeci człon, $LI \frac{dI}{dt}$, wyraża szybkość gromadzenia energii w polu magnetycznym, wytwarzanym w cewce. Opisując szybkość gromadzenia energii jako $\frac{dW_M}{dt}$, otrzymujemy równanie pozwalające obliczyć energię zgromadzoną w cewce:

$$\begin{aligned} \frac{dW_M}{dt} &= LI \frac{dI}{dt} \\ W_M &= \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2} \end{aligned} \quad (12.50),$$

gdzie I oznacza natężenie prądu płynącego przez cewkę, zaś L jest indukcyjnością tej cewki.

Jeśli podzielimy energię zgromadzoną w solenoidzie przez objętość tego solenoidu otrzymamy gęstość energii pola magnetycznego. Dla solenoidu o długości D i przekroju S otrzymamy więc:

$$\rho_B = \frac{LI^2}{2SD} = \frac{\mu_0 n^2 SDI^2}{2SD} = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$$
$$\rho_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 H^2}{2} \quad (12.51)$$

Powyższy wzór na gęstość energii pola magnetycznego wyprowadziliśmy dla solenoidu, ale jest on prawdziwy dla dowolnego punktu przestrzeni, w którym wartość indukcji magnetycznej wynosi B .